

İKİ BOYUTLU PARÇALARIN OPTİMUM ŞEKİL TASARIMI *

Doç. Dr. Fazıl Önder SÖNMEZ

Boğaziçi Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümü, İstanbul

Şekil eniyilemesinin (optimizasyonunun) genel amacı tasarımın gerektirdiği bazı kısıtlamaları sağlamak şartıyla bir parçanın en iyi şeklini bulmaktır. En iyi şekil ya belli bir ağırlığı aşmamak kaydıyla en yüksek başarıyı sağlayan şekildir, ya da belli bir başarımın altında kalmamak şartıyla en hafif şekildir. Yani malzemenin en verimli ve etkin kullanımını sağlayan şekildir. Mekanik bir parçanın işlev görebilmesinin birinci şartı üzerine uygulanan yüklere kırılmadan ve aşırı esnemenen dayanabilmesidir. Dolayısıyla eniyilemede gaye hafifliği asgariye indirmekse başlıca tasarım kısıtlaması parçanın yüklere karşı dayanımıdır.

Taşıtlarda hafiflik başarıyı artıran etkenlerden biridir. Hem ivmelenmeyi kolaylaştırır hem de yakıt tasarrufu sağlar. Bir parçanın şeklini değiştirmeden sadece malzemesini değiştirerek ağırlığını azaltmak genellikle maliyetleri artıran bir yaklaşımdır. Fakat şekil değişiklikleri sayesinde ağırlığı azaltmak aynı zamanda malzeme maliyetlerini de düşürür.

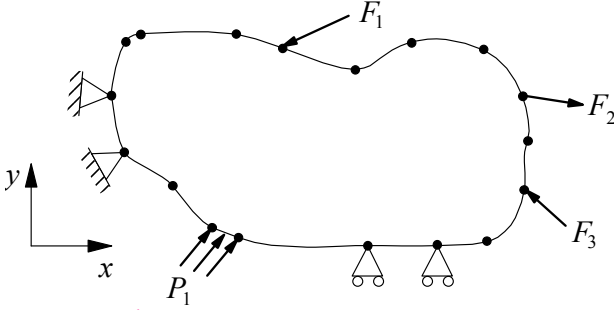
Deneme ve yanılmaya dayanan emek yoğun tasarım yöntemleri çok uzun ve maliyetli bir tasarım süreci gerektirdiği gibi büyük bir ihtimalle optimum tasarımla neticelenmez. Tasarımın başarısı tasarımcının deneyimine ve sezgilerine bağlıdır. Tasarımda böyle bir yaklaşım otomotiv gibi rekabetçi bir sanayinin gereksinimini karşılamaktan çok uzaktır. Yapısal eniyileme yöntemleri en iyi tasarımı bulmada etkin olduğu kadar düşük maliyetli bir araçtır.

Yapısal eniyileme üzerine yapılmış bir çok çalışma bulunmaktadır (Song ve Baldwin; Chapman ve Jakiela; Riche ve Haftka; Sandgren ve Jensen; Luchi, Poggialini ve Persiani; Haftka ve Grandhi; Yang, ve Botkin; Shim ve Manoochehri). Fakat, uygulanabilir, güvenilir ve genel bir şekil eniyileme yöntemi henüz ortaya konulabilmiş değildir. Her ne kadar sayısal eniyileme yaklaşımının tasarımcılara sağlayacağı imkan büyük olsa da şekil eniyilemesinin bazı güçlükleri vardır. Yapısal bir optimizasyon problemi yerel olarak bir çok minimum şekiller içerir. Yokuş aşağı ilerleyen, yani her döngüde daha iyi bir değer bulan algoritmalar bu yerel minimumların birisine takılırlar. Fakat mesele, global optimum, yani en düşük hacmi olan şekli bulmaktır. Bundan dolayı global optimizasyon algoritmalarının kullanılması gereklidir.

PROBLEMİN İFADESİ

Şekil 1'deki gibi kalınlığı ve dış sınırlarıyla tanımlanabilen iki boyutlu bir parça düşünün. Düzlem içi statik yükler parçanın üzerine herhangi bir yönden uygulanmaktadır. Geçerli bir tasarımın gereği olarak parça, üzerine uygulanan kuvvetlere karşı dayanabilmelidir. Yani, gerilmeler akma noktasının altında olmalıdır. Ayrıca parçanın hiçbir noktası parçanın tutturulduğu yerlerle

bağlantısını kaybetmemelidir. Buna göre azami izin verilen gerilme ve geometrinin bağlantılılığı, parçanın tasarımı üzerindeki kısıtlamalardır. Amacımız, parçanın hacmini (veya ağırlığını) asgariye indirmek, yani kısıtlamaları ihlal etmeden en verimli malzeme kullanımını sağlayan şekli bulmaktır.



Şekil 1. İki Boyutlu Şekil Eniyileme Probleminin Temsili.

YÖNTEM

Bu çalışmada "tavlama simülasyonu" isimli bir algoritma uygulanmıştır. Tavlama simülasyonunu ilk olarak Kirkpatrick global bir arama yöntemi olarak ortaya koymuştur. Bu yöntem, ismini bir metalin erime sıcaklığına kadar ısıtılıp yavaş yavaş soğutulduğu fizikî süreçten alır. Yöntem, billur yapı alabilen bir malzemedeki atomların tavlama esnasında bir düzen oluşturmaya yönelik davranışlarının modellenmesini esas alır. Sıvı halden soğutulmuş bir malzeme eğer tamamıyla düzenli, en düşük enerjiye sahip yapısını, yani kusursuz billur yapısını kazanacaksa son derece yavaş soğutulmalı; öyle ki her bir sıcaklık seviyesinde malzeme denge konumuna ulaşmalıdır. Sıcaklık düşerken atomların dağılımı en düşük enerji seviyesine gittikçe yaklaşır. Donma noktasına kadar bu süreç devam eder. Bu süreçte iki önemli nokta vardır: Birincisi, malzemenin yapısındaki düzenliliğin bir fonksiyonu olan enerjinin giderek azalması ve kusursuz billur yapıya tekabül eden global optimum değere ulaşmasıdır. Diğeri, atomların rasgele hareketlerle bu yapıyı kazanmalarıdır. Fakat, eğer soğuma hızlıysa malzeme dengeye ulaşmak için zaman bulamaz, ve daha az düzenli, yüksek enerjiye sahip bir yapıya kavuşur.

Bu fizikî olay ile eniyileme süreci arasında bir benzerlik vardır. Problemin farklı suretleri atomların farklı düzenlerine, bir suretin maliyeti ise fizikî sistemin enerjisine tekabül eder. En iyi netice de en düşük enerji seviyesine karşılık gelir. Nasıl atomlar rasgele hareketlerle mükemmel bir billur yapıya ulaşırlar, global optimum rasgele oluşturulan suretler arasında aramaya varılır. Tavlama simülasyonu yöntemi bu iki farklı süreç arasında benzerlik kurarak atomların tavlama sırasında davranışını modelleyen Metropolis algoritmasını eniyileme problemlerine uygular. Bu yöntemde ilk önce rasgele bir nokta seçilir ve durma ölçütü sağlanana kadar sistematik olarak güncelleştirilir. Her bir döngüde yeni bir nokta rasgele olarak geçerli noktanın civarında oluşturulur. Eğer yeni oluşturulan noktanın maliyeti geçerli olaninkine nazaran daha düşük ise bu yeni nokta kabul edilir ve eski noktanın yerine geçer. Eğer yeni maliyet geçerli olaninkinden daha fazla ise bu noktanın kabul edilebilirlik olasılığı hesaplanır. Yani, daha yüksek maliyetli bir noktanın kabul edilme ihtimali vardır. Bunun olasılığı sıcaklık parametresine bağlıdır. Bu parametreye sıcaklık denilmesinin sebebi fizikî tavlama sürecindeki sıcaklığa benzer bir rol oynamasıdır. Sıcaklık parametresi düştükçe daha yüksek maliyetleri kabul etme ihtimali azalır. Benzer şekilde atomlar yüksek sıcaklıklarda daha yüksek enerji seviyelerine karşılık gelen dağılımlar oluşturabilirken, düşük sıcaklıklarda ancak daha düşük enerjili yapıları oluşturmak

üzere hareket edebilirler. Sıcaklık parametresi belli bir sayıdaki deneme için sabit tutulur, sonra değeri düşürülür. Yerel bir minimuma takılmaması için, bu parametredeki düşüş hızı yavaş tutulur. Eniyileme sürecinin başlarında (yani sıcaklık parametresinin yüksek değerlerinde) algoritmanın daha kötü tasarımları kabul etme olasılığı yüksektir, fakat sonradan sıcaklık düştükçe, bu olasılık da düşer, sonunda daha yüksek maliyetli tasarımlar neredeyse hiç kabul edilmez.

Bu çalışmanın konusu olan şekil eniyileme probleminde ise, oluşturulan farklı şekiller atomların farklı düzenlerine, bir şeklin hacmi (veya ağırlığı), yani maliyet fonksiyonu enerjiye ve en iyi şekil ise kusursuz billur yapıya karşılık gelir. Eniyileme algoritması olarak da Ali, Törn ve Viitanen tarafından ortaya konulan tavlama simülasyonunun yeni bir uyarlaması kullanılmıştır.

Maliyet Fonksiyonu

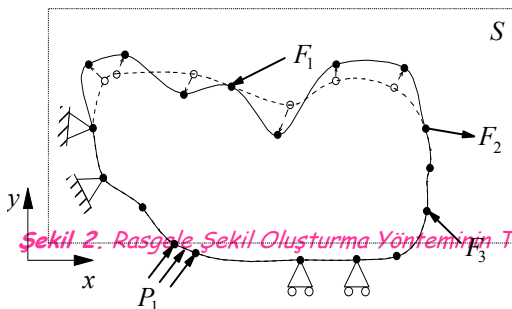
Bir eniyileme yöntemini uygulamak için herhangi bir şeklin elverişliliğinin ölçütü olan bir maliyet fonksiyonu belirlemek gereklidir. Çalışmada ele alınan problemler için bu ölçüt parçanın ağırlığıdır. Fakat, tavlama simülasyonu algoritması herhangi bir kayıt altında olmayan eniyileme problemleri için geliştirildiğinden, kısıtlama ihlalleri maliyeti artıracak şekilde maliyet fonksiyonuna katılmıştır. Maliyet fonksiyonu şöyle formüle edilmiştir.

$$f = \frac{V}{V_{ilk}} + c \left\langle \frac{\sigma_{maks}}{S_y} - 1 \right\rangle^2, \quad \left\langle \frac{\sigma_{maks}}{S_y} - 1 \right\rangle = \begin{cases} 0 & \text{şayet } \sigma_{maks} \leq S_y \\ (\sigma_{maks}/S_y) - 1 & \text{şayet } \sigma_{maks} > S_y \end{cases} \quad (1)$$

burada V_{ilk} ilk denenen şeklin hacmidir, c bir ağırlık katsayısıdır ve uygun bir değer olarak 0.7 seçilmiştir. Eğer azami izin verilen gerilme kısıtlaması ihlal edilirse, yani maksimum eşdeğer gerilme, σ_{maks} , akma noktasından, S_y , fazlaysa maliyet fonksiyonunun değeri artar. Algoritma maliyeti azaltmaya çalışacağından, kısıtlama ihlallerinden de kaçacaktır. Eğer bağlantılılık kısıtlaması ihlal edilirse, böyle bir şekil hiçbir durumda kabul edilmez ve maliyet fonksiyonunun değerini hesaplamaya gerek kalmaz.

Rasgele Şekil Oluşturma Yöntemi

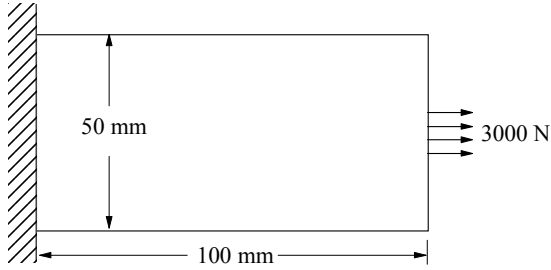
Tavlama simülasyonu her bir döngüde rasgele şekillerin oluşturulmasını gerektirir. İki boyutlu bir yapı kalınlığı ve sınırları ile tanımlanır. Bundan dolayı şekli oluşturmak için belli sayıda anahtar noktası seçilerek bir eğri uydurma yöntemiyle parçanın sınırı çizilebilir. Bu anahtar noktalarının x ve y koordinatları rasgele bir yönde rasgele bir mesafeyle değiştirildiğinde rasgele bir şekil elde edilmiş olur. Hareket etmesine izin verilen anahtar noktalarının koordinatları böylece eniyileme değişkenleri işlevini görür. Şekil 2 bu şekil oluşturma işlemini temsili olarak göstermektedir.



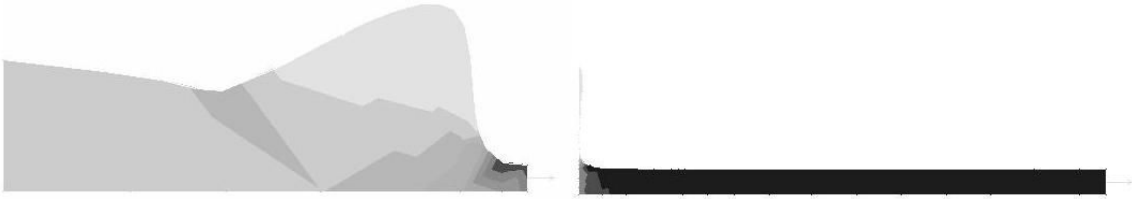
Şekil 2. Rasgele Şekil Oluşturma Yönteminin Temsili

SONUÇLAR ve DEĞERLENDİRMELER

Bu çalışmada ele aldığımız problemlerden birisi bir ucundan tutturulup diğer ucuna aksenal doğrultuda kuvvet uygulanan bir plakanın (Şekil 3) optimum tasarımıdır. Plakanın uzunluğu 100 mm ve tutturulduğu kenarın genişliği 50 mm'dir. Malzemenin akma noktası 300 MPa olarak alınmıştır. Simetriden dolayı plakanın sadece üst kısmı incelenmiştir. Şekil 4 parçanın ilk denenen ve eniyileme süreci sonucu bulunan en iyi şekli göstermektedir.

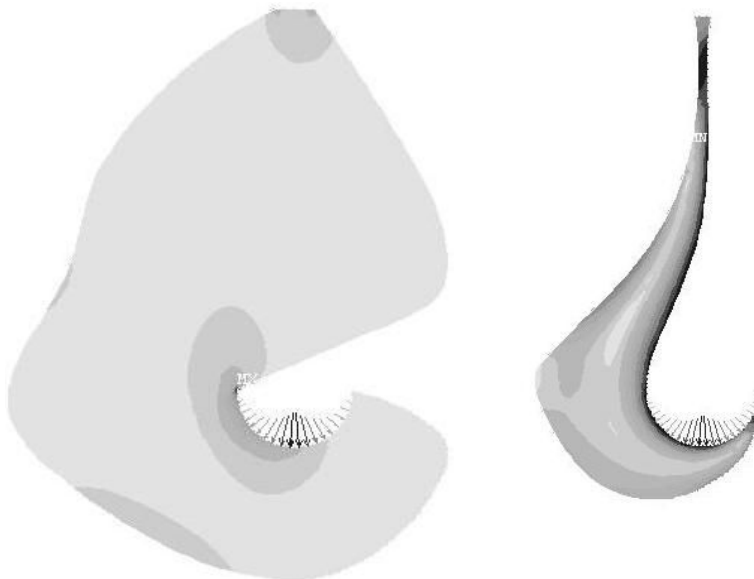


Şekil 3. Merkezden Aksenal Yüklenmiş Plakanın Optimum Tasarımı Problemi



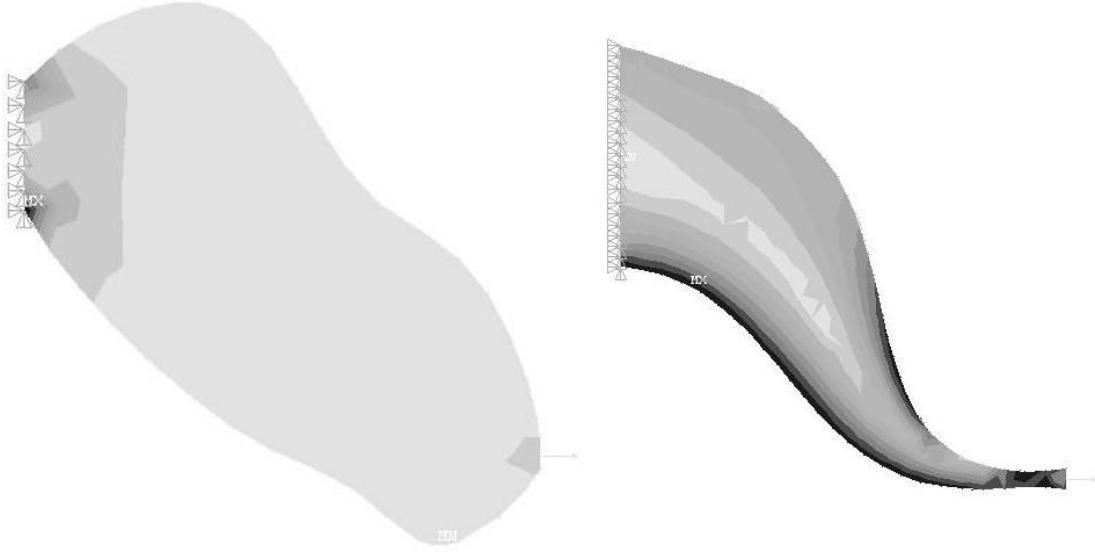
Şekil 4. Merkezden Aksenal Yüklenmiş Plakanın İlk Deneme ve En İyi Şekli

Şekil 5 ise üst kısmından tutturulup, alta yarım daire şeklindeki kısmına yük uygulanan plakanın ilk denenen ve en iyi şeklini vermektedir. Sonuçta en iyi şekil bir kanca olarak çıkmıştır.



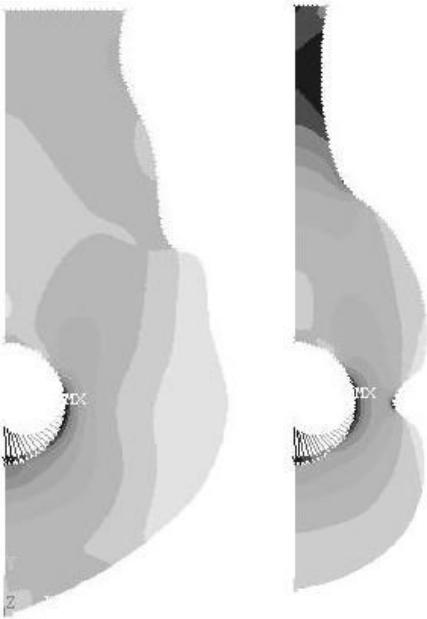
Şekil 5. Optimum Kanca Tasarımı Problemi

Şekil 6 soldan tutturulup sağdan eksantrik olarak yüklenen bir levhanın ilk denenen ve en iyi şeklini göstermektedir.



Şekil 6. Eksantrik Yük Uygulanan Bir Levhanın Eniyileme Problemi

Şekil 7 ise üst tarafından tutturulup alt tarafındaki bir delikten yük uygulanan bir levhanın ilk denenen ve en iyi şeklini göstermektedir. Yükleme ve geometri simetrik olduğundan parçanın sadece sağ yarısı incelenmiştir. Pim bağlantısının en iyi şekli görüldüğü gibi günümüzdeki kullanımından farklıdır.



Şekil 7. Pim Bağlantısının Optimum Şekil Problemi

Ele alınan bu eniyileme problemlerinde ilk denenen şekil rasgele seçilmiştir. Sadece tutturulan ve yük uygulanan sınırlar sabit tutulmuş, kalan sınırların değişimine izin verilmiştir. Bulunan şeklin global olarak en iyi şekil olduğunu güvence altına almak gayesiyle ilk deneme için rasgele birkaç farklı şekil seçilmiş, daha iyi bir şekle hiçbiri yakınsamamıştır.

SONUÇ

Bu çalışmada iki boyutlu yapıların tavlama simülasyonuna dayanan bir eniyileme yöntemi sunulmuştur. Bu yöntem birkaç optimum tasarım problemi üzerinde denenmiş ve global optimum tasarımlar başarıyla bulunmuştur.

KAYNAKÇA

1. **Ali, M.M., Törn, A., Viitanen, S.**, "A Direct Search Variant of the Simulated Annealing Algorithm for Optimization Involving Continuous Variables. *Computers & Operations Research*, 29:87-102, 2002.
2. **Chapman, C. D., Jakiela, M. J.**, "Genetic Algorithm Based Structural Topology Design with Compliance and Topology Simplification Consideration," *J. of Mechanical Design*, 118: 89-98, 1996.
3. **Haftka R.T., Grandhi R.V.**, "Structural Shape Optimization," *Computer Methods in Appl. Mech. and Engng.*, 57:91-106, 1986.
4. **Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D., Vecchi, M.P.** "Optimization by Simulated Annealing", *Science*, 220: 671-680, 1983.
5. **Luchi, M.L., Poggialini, A., ve Persiani, F.** An interactive optimization procedure applied to the design of gas turbine discs. *Computers & Structures*, 11: 629-637, 1980.
6. **Riche, R. L., Haftka, R. T.** , "Optimization of Laminate Stacking Sequence for Buckling Load Maximization by Genetic Algorithm," *AIAA Journal*, 31(5): 951-956, 1993.
7. **Sandgren, E., Jensen, E.**, "Automotive Structural Design Employing a Genetic Optimization Algorithm," *AIAA Journal*, 30: 920772-920776, 1992.
8. **Shim, P.Y., Manoochehri, S.**, "Generating optimal configurations in structural design using simulated annealing", *International Journal for Num. Methods in Engineering*, 40: 1053-1069, 1997.
9. **Song X., Baldwin, J.D.**, "A Novel Node-based Structural Shape Optimization Algorithm", *Computers and Structures*, 70: 569-581, 1999.
10. **Yang, R. J., Botkin, M. E.**, "Three Dimensional Shape Optimization with Substructuring," *AIAA Journal*, 29(2): 486-488, 1991.