

# ASİMETRİK EVOLVENT PROFİLLİ DÜZ DİŞLİ ÇARK MEKANİZMALARININ MATEMATİK MODELLENMESİ

M.Cüneyt FETVACI\*  
İÜ Mühendislik Fakültesi, İstanbul  
fetvacic@istanbul.edu.tr

## ÖZET

Bu çalışmada asimetrik evolvent profilli düz dişli çarkların imal edilmesinde kullanılan kremayer takımların denklemleri ele alınmaktadır. Kesici takımın denklemleri, koordinat dönüşüm, diferansiyel geometri ve yuvarlanma prensipleri uygulanarak asimetrik evolvent düz dişli çark mekanizmasının matematik modeli verilmiştir. Matematiksel ifadeler programlanarak evolvent düz dişlilerin bilgisayar simülasyonu gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar grafikler ile takdim edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Dişli tasarım, evolvent profil, asimetrik takım, simülasyon

## Mathematical Modeling of Spur Gear Drives with Asymmetric Involute Teeth

## ABSTRACT

This paper studies the equations of rack cutters for generating involute spur gears with asymmetric teeth. By applying the equations of designed profile of rack cutter, the principle of coordinate transformation, the theory of differential geometry, and the theory of gearing, the mathematical model of an involute spur gear drive with asymmetric teeth is given. Computer graphs of symmetric involute spur gears are presented based on the given model, and also generation simulation is illustrated.

**Keywords :** Gear design, involute profile, asymmetric rack cutter, simulation

\* İletişim yazarı  
Geliş tarihi : 09.07.2009  
Kabul tarihi : 15.03.2010

## GİRİŞ

**D**işli çarklar, miller arasında güç ve hareket ileten en önemli mekanizmalardır. İmalatının kolay olması, takım dişli şartını sağlaması ve mil eksenleri arasındaki küçük oynamalara duyarlı olması nedeniyle diş profili olarak evolvent eğrisi yaygın olarak kullanılmaktadır. Birçok dişli mekanizması genelde tek yönde çalıştılarından her iki diş yanağının da aynı olmasına gerek yoktur. Tahrik ve arka yüzeylerin farklı kavrama açılı dizayn edilmesi ile bir takım faydalar sağlanabilir. Asimetrik dişin uygulanması ile düşük ağırlık/çıkış gücü oranlı, düşük gürültü ve titreşim seviyeli mekanizmalar elde edilir [1-2].

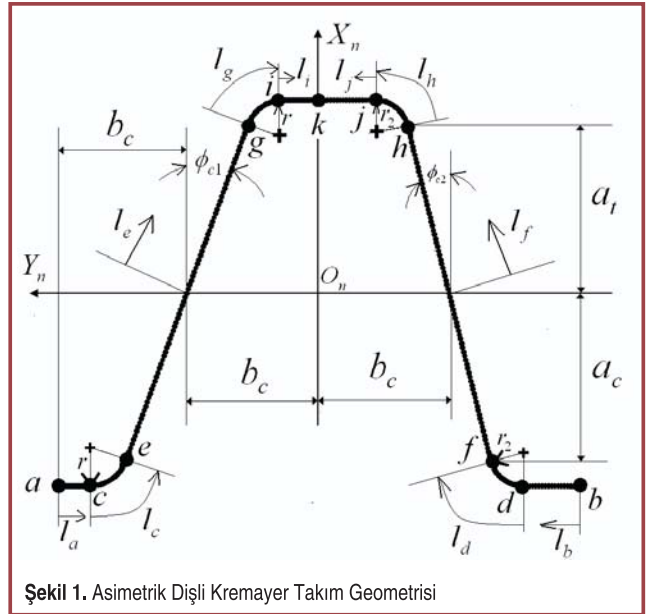
Kremayer-tipi takım (kremayer veya azdırma kesici) ve pinyon şeklinde takım yuvarlanma metodu ile evolvent profilli dişli imalatında kullanılmaktadır. Bu takımlarla dişli taslağının şekillendirilmesi matematik olarak modellenerek diş profilini tayin eden analitik ifadeler tesis edilmiştir. Literatürde çeşitli yaklaşımlar ile sunulan ifadeler mevcuttur [3-6]. Litvin vektör analiz, matris dönüşüm, diferansiyel geometri ve yuvarlanma denklemlerini kullanarak diş profillerini ve geometrik özelliklerini tanımlayan metotlar geliştirmiştir [6,7]. Litvin'in çalışmalarından hareketle standart ve modifiye edilmiş çeşitli profiller için gerek kremayer-tipi takım ve gerekse pinyon kesici takımla imal edilen diş yüzeylerini matematik modelleyen çalışmalar literatürde sunulmaktadır [8-18]. Yang, Litvin'in vektör yaklaşımından hareketle asimetrik evolvent profilli alın dişli çarkların matematik modelini sunmuştur [15,16].

Bu çalışmada asimetrik dizayn edilmiş kremayer takımla dişli çark imalatının bilgisayar simülasyonu ele alınmıştır. Müşterek kremayer bıçağın tam matematik modeli verilmiştir. Bıçağın ve taslakların (pinyon ve çark) koordinat bağları tesis edilerek dönüşüm denklemleri verilmiştir. Böylelikle verilen dizayn parametreleri için dişli çark mekanizmasının pinyon ve çark elemanları eşzamanlı oluşturulmuştur. Küçük diş sayılarında imalatta dişdibi kesitinin zayıflatarak yük taşıma kabiliyetini azaltan alttan kesmeyi önlemek için uygulanması gereken profil kaydırma miktarı da kurulan modelde göz önüne alınmıştır. Böylelikle asimetrik evolvent profilli standart ve sıfır-kaydırmalı pinyon-çark mekanizması modellenmiş ve simüle edilmiştir. Çeşitli durumlar için program çıktıları bir grafik işlemci programı ile görselleştirilmiştir.

## KREMAYER TAKIMININ MATEMATİK MODELİ

Çalışmanın bu bölümünde, pinyon-çark mekanizmasının imalat simülasyonunda kullanılan müşterek (imajiner) takımın geometrik özellikleri incelenmektedir. İmajiner takımın kalınlığı sıfır olarak değerlendirilir. Şekil 1'de normal kesitte takım dişli görülmektedir.  $S_n$  ( $X_n$ ,  $Y_n$ ,  $Z_n$ )

koordinat sisteminin orijini kremayer takım diş boşluğunun ortasına konumlandırılmıştır. Pozitif  $X_n$  eksenini yukarı doğru, pozitif  $Y_n$  eksenini sola doğru yönlendirilmiştir ve  $Z_n$  eksenini sağ el kuralı ile tayin edilmiştir. İmajiner takım sağ ve sol yanalarda referans eksenine göre farklı açılı taban düz uç, taban yuvarlatılmış köşe, aktif kenar, tavan yuvarlatılmış köşe ve tavan düz uçtan oluşmaktadır. Düz dişli çarklarda genişlik boyunca geometri değişmediğinden matematik model iki boyutlu olarak tesis edilmektedir. Referans kremayera ait özellikler ISO53 standardından uyarlanmıştır[15].



Şekil 1. Asimetrik Dişli Kremayer Takım Geometrisi

Şekil 1'de gösterildiği üzere, kremayer takımın  $\bar{ac}$  ve  $\bar{bd}$  bölgeleri asimetrik pinyon dişlisinin tabanını oluşturmaktadır ve  $l_a$  takımın normal kesitinin bir dizayn parametresidir.  $c_y = 0,1,2...$  seçilerek takım istenilen sayıda diş ile tanımlanabilir.  $\phi_{c1}$  ve  $\phi_{c2}$ , sol ve sağ kenarların kavrama açılarıdır.  $a_c$  kesici takım dişbaşı yüksekliğini tayin eden parametre ve  $b_c = \pi m_n / 4$  taksimat hattında takım diş kalınlığının yarısıdır. Modül sembolüyle ve takım ucunun yuvarlatma yarıçapları ve sembolleriyle gösterilmektedir.  $S_n$  ( $X_n$ ,  $Y_n$ ,  $Z_n$ ) koordinat sisteminde  $\bar{ac}$  ve  $\bar{bd}$  bölgesinin denklemleri,

$$R_n^{ac} = \begin{bmatrix} x_n^{ac} \\ y_n^{ac} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_c + r \sin \phi_{c1} - r \\ \left( \frac{\pi m_n}{2} - l_a + c_y \pi m_n \right) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$R_n^{bd} = \begin{bmatrix} x_n^{bd} \\ y_n^{bd} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_c + r_2 \sin \phi_{c2} - r_2 \\ \left( -\frac{\pi m_n}{2} + l_b + c_y \pi m_n \right) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

olarak ifade edilir. Dizayn parametreleri  $l_a$  ve  $l_b$  takımın sol ve sağ kenarlarında sırasıyla  $0 \leq l_a \leq l_c - a_c \tan \phi_{c1} - r \cos \phi_{c1}$  ve  $0 \leq l_b \leq b_c - a_c \tan \phi_{c2} - r_2 \cos \phi_{c2}$  ifadeleriyle sınırlıdır.

Kesici takımın  $\bar{c}e$  ve  $\bar{d}f$  bölgeleri pinyon dişlisinin diş kökünü tayin eder. Bu bölgelerin yer vektörleri  $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$  koordinat sisteminde (3) ve (4) numaralı denklemlerle ifade edilir.

$$R_n^{ce} = \begin{bmatrix} x_n^{ce} \\ y_n^{ce} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_c + r \sin \phi_{c1} - r \cos l_c \\ (b_c + a_c \tan \phi_{c1} + r \cos \phi_{c1} - r \sin l_c + c_y \pi m_n) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$R_n^{df} = \begin{bmatrix} x_n^{df} \\ y_n^{df} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_c + r_2 \sin \phi_{c2} - r_2 \cos l_d \\ (-b_c - a_c \tan \phi_{c2} - r_2 \cos \phi_{c2} + r_2 \sin l_d + c_y \pi m_n) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$l_c$  ve  $l_d$  bölgelerin dizayn parametreleridir ve sırasıyla  $0 \leq l_c \leq 90^\circ - \phi_{c1}$  ve  $0 \leq l_d \leq 90^\circ - \phi_{c2}$  ifadeleriyle sınırlıdır.

Şekil 1'de görüldüğü üzere, kremayer kesici takımın  $\bar{e}g$  ve  $\bar{f}h$  bölgeleri pinyon dişlisinin evolvent yanak yüzeylerini sırasıyla oluşturmaktadır. Döndürülen dişlinin evolvent yüzeylerini de bu bölgeler tayin eder.  $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$  koordinat sisteminde  $\bar{e}g$  ve  $\bar{f}h$  bölgelerinin yer vektörleri aşağıda verilmiştir.

$$R_n^{eg} = \begin{bmatrix} x_n^{eg} \\ y_n^{eg} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_e \cos \phi_{c1} \\ (b_c - l_e \sin \phi_{c1} + c_y \pi m_n) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$R_n^{fh} = \begin{bmatrix} x_n^{fh} \\ y_n^{fh} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_f \cos \phi_{c2} \\ (-b_c + l_f \sin \phi_{c2} + c_y \pi m_n) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Bu denklemlerde  $l_e$  ve  $l_f$  dizayn parametreleridir ve sırasıyla  $-a_c / \cos \phi_{c1} \leq l_e \leq a_c / \cos \phi_{c1}$  ve  $-a_c / \cos \phi_{c2} \leq l_f \leq a_c / \cos \phi_{c2}$  ifadeleriyle sınırlıdır.

Kesici takımın  $\bar{g}i$  ve  $\bar{h}j$  bölgeleri ise döndürülen dişli çarkın diş kökünü tayin etmektedir. Bu bölgelerin yer vektörleri  $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$  koordinat sisteminde (7) ve (8) numaralı denklemlerle ifade edilir.

$$R_n^{gi} = \begin{bmatrix} x_n^{gi} \\ y_n^{gi} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_t - r \sin \phi_{c1} + r \cos l_g \\ (b_c - a_t \tan \phi_{c1} - r \cos \phi_{c1} + r \sin l_g + c_y \pi m_n) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$R_n^{hj} = \begin{bmatrix} x_n^{hj} \\ y_n^{hj} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_t - r_2 \sin \phi_{c2} + r_2 \cos l_h \\ (-b_c + a_t \tan \phi_{c2} + r_2 \cos \phi_{c2} - r_2 \sin l_h + c_y \pi m_n) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Dizayn parametreleri,  $0 \leq l_g \leq 90^\circ - \phi_{c1}$  ve  $0 \leq l_h \leq 90^\circ - \phi_{c2}$  ifadeleriyle sınırlıdır.

Şekil 1'de gösterildiği üzere,  $\bar{i}k$  ve  $\bar{j}k$  bölgeleri döndürülen dişlinin tabanını oluşturmaktadır. Bu bölgelerin yer vektörleri  $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$  koordinat sisteminde aşağıdaki denklemlerle ifade edilir.

$$R_n^{ik} = \begin{bmatrix} x_n^{ik} \\ y_n^{ik} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_t - r \sin \phi_{c1} + r \\ (l_i + c_y \pi m_n) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$R_n^{jk} = \begin{bmatrix} x_n^{jk} \\ y_n^{jk} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_t - r_2 \sin \phi_{c2} + r_2 \\ (-l_j + c_y \pi m_n) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Dizayn parametreleri  $l_i$  ve  $l_j$  takımın sol ve sağ kenarlarında sırasıyla  $b_c - a_c \tan \phi_{c1} - r \cos \phi_{c1} \leq l_i \leq 0$  ve  $b_c - a_c \tan \phi_{c2} - r_2 \cos \phi_{c2} \leq l_j \leq 0$  ifadeleriyle sınırlıdır.

Diferansiyel geometriden, verilen koordinat sisteminde tanımlı takım yüzeylerinin birim normal vektörleri (11) numaralı denklemle ifade edilir. Bu denklemde  $\mathbf{k}_n$ ,  $Z_n$  ekseninin birim vektörüdür.

$$\mathbf{n}_n^i = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_n^i}{\partial l_j} \times \mathbf{k}_n}{\left| \frac{\partial \mathbf{R}_n^i}{\partial l_j} \times \mathbf{k}_n \right|} \quad (i = ac \sim jk) \quad (11)$$

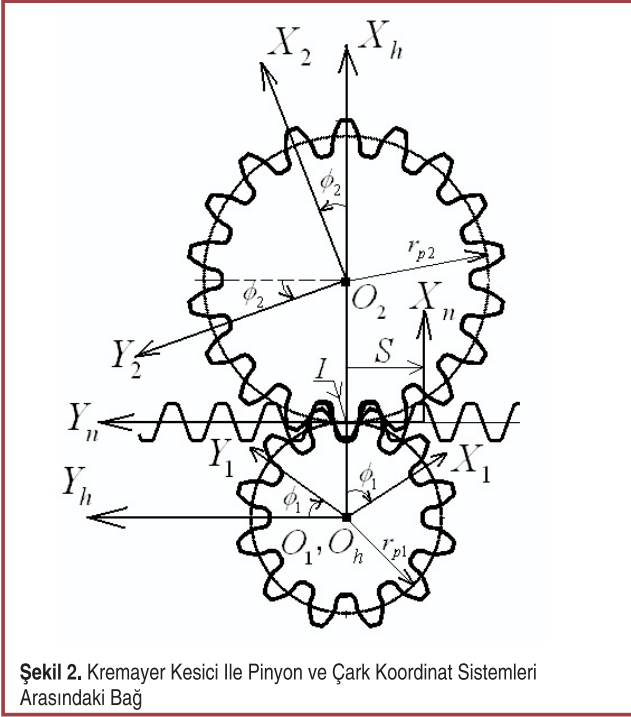
$$\quad (j = a \sim j)$$

## İMAL EDİLEN YÜZEYLERİN MATEMATİK MODELLERİ

İmal edilen dişli yüzeyinin matematik modeli yuvarlanma denklemi ile kremayer takımın geometrik yerinin bir kombinasyonudur. Kremayer takım ile pinyon ve çark arasındaki koordinat bağları Şekil 2'de gösterilmiştir.

$S_n(X_n, Y_n, Z_n)$  kremayer takımın koordinat sistemi,  $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$  pinyon dişlisinin koordinat sistemi,  $S_2(X_2, Y_2, Z_2)$  çark dişlisinin koordinat sistemi ve sabit olan referans koordinat sistemidir. Koordinat sistemleri sağ el kuralına uymaktadır. Yuvarlanma prosesinde kremayer takım  $S = r_{p1} \phi_1 = r_{p2} \phi_2$  kadar öteleme hareketi yaparken pinyon  $\phi_1$  açısı kadar dönmektedir. Çark ise  $\phi_2$  açısı kadar dönmektedir.

Kremayer takımın geometrik yeri imal edilen pinyon dişlisinin  $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$  koordinat sisteminde ifade edilebilir. Profil parametreleri  $l_j$  ve hareket açısı  $\phi_j$  arasındaki bağ Dişli



Şekil 2. Kremayer Kesici ile Pinyon ve Çark Koordinat Sistemleri Arasındaki Bağ

Ana Kanunu'nun matematiksel ifadesi olan eş çalışma denkleminde tesis edilir. Kremayer takımın geometrik yeri ile dişli taslağın teğet noktasındaki müşterek normal vektörü izafi kayma hızına dik olmalıdır [6,7]. Takımın geometrik yer ifadesi ve eş çalışma denklemi birleştirilerek imal edilen pinyon yüzeyi (12) numaralı denklem ile genel olarak ifade edilir.

$$\begin{cases} x_1^i = -(n_{yn}^i / n_{xn}^i) x_n^i \sin \phi_1 + (r_{p1} + x_n^i + e) \cos \phi_1 \\ y_1^i = (n_{yn}^i / n_{xn}^i) x_n^i \cos \phi_1 + (r_{p1} + x_n^i + e) \sin \phi_1 \\ \phi_1 = (y_n^i n_{xn}^i - x_n^i n_{yn}^i) / (r_{p1} n_{xn}^i) \end{cases} \quad (12)$$

Bu denklemde üst indis sırasıyla  $\bar{ac}$ ,  $\bar{bd}$ ,  $\bar{ce}$ ,  $\bar{df}$ ,  $\bar{eg}$  ve  $\bar{fh}$  bölgelerini gösterir.  $x_c^i$  ve  $y_c^i$  kremayer takımın yüzey koordinatlarını;  $x_n^i$  ve  $y_n^i$  imal edilen pinyonun yüzey koordinatlarını;  $n_n^i$  ve  $n_{yn}^i$  takım yüzey birim normali  $n_n^i$ 'nin doğrultman kosinüslerini, ifade eder.  $\phi_1$  yuvarlanma parametresini ve  $r_{p1}$  imal edilen pinyon dişlisinin taksimat dairesini gösterir. İfadedeki  $e$  terimi takımın taksimat doğrusunun taslağın taksimat dairesine göre ötelenmesini, diğer bir ifadeyle profil kaydırma miktarını, göstermektedir.

Benzer şekilde, kremayer takımın

geometrik yeri imal edilen çark dişlisinin  $S_2 (X_2, Y_2, Z_2)$  koordinat sisteminde ifade edilebilir. Takımın geometrik yer ifadesi ve eş çalışma denklemi birleştirilerek imal edilen çark yüzeyi (13) numaralı denklem ile genel olarak ifade edilir.

$$\begin{cases} x_2^i = (n_{yn}^i / n_{xn}^i) x_n^i \sin \phi_2 - (r_{p2} - x_n^i + e) \cos \phi_2 \\ y_2^i = (n_{yn}^i / n_{xn}^i) x_n^i \cos \phi_2 + (r_{p2} - x_n^i + e) \sin \phi_2 \\ \phi_2 = (y_n^i n_{xn}^i - x_n^i n_{yn}^i) / (r_{p2} n_{xn}^i) \end{cases} \quad (13)$$

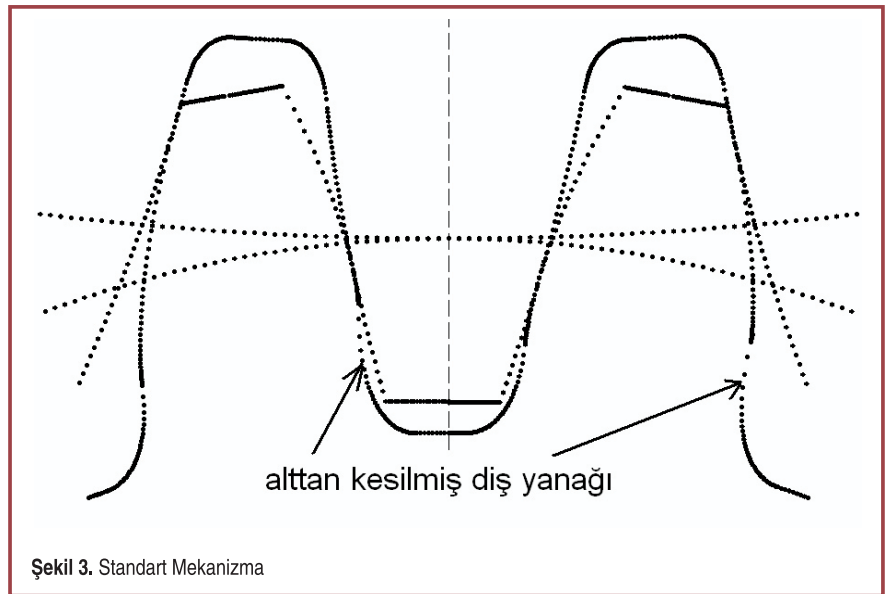
Bu denklemde üst indis sırasıyla  $\bar{eg}$ ,  $\bar{fh}$ ,  $\bar{gi}$ ,  $\bar{hj}$ ,  $\bar{ik}$  ve  $\bar{jk}$  bölgelerini gösterir.  $x_2^i$  ve  $y_2^i$  imal edilen çarkın yüzey koordinatlarını,  $\phi_2$  yuvarlanma parametresini ve  $r_{p2}$  imal edilen çark dişlisinin taksimat dairesini gösterir.

Böylelikle, takımın vektörel gösteriminden hareket edip, koordinat dönüşüm, diferansiyel geometri ve eş çalışma prensiplerini uygulayarak, imal edilen pinyon-çark mekanizmasının matematik modelleri elde edilmiştir. Matematik model programlanarak bilgisayar ortamına aktarılır ve çıkış dosyaları bir grafik işlemci programında değerlendirilerek sonuçlar görselleştirilir.

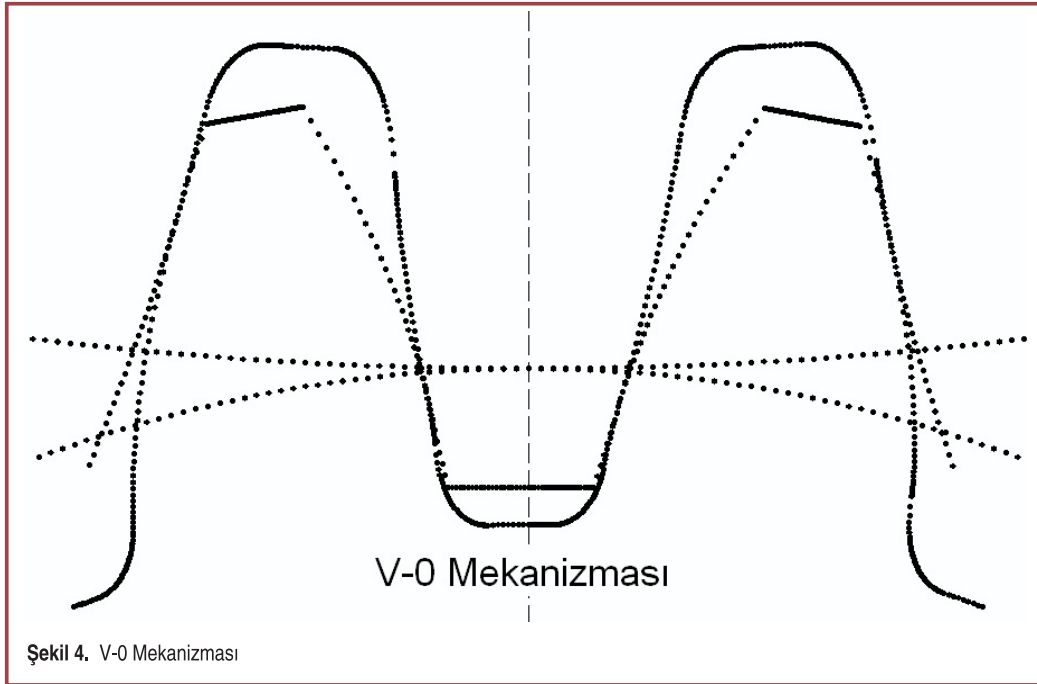
## BİLGİSAYAR UYGULAMALARI

BASIC programlama dili ile önceki bölümlerde açıklanan matematik model programlanmış ve GW-BASIC derleyicide çalıştırılmıştır. Sonuçlar GRAPHER 2-boyutlu grafik işlemci programı ile görselleştirilmiştir.

Şekil 3'te verilen örnekte, modül  $m = 3 \text{ mm}$ , pinyon diş sayısı,  $z_1 = 22$ , çark diş sayısı  $z_2 = 66$ , kavrama açılı  $\phi_{c2} = 15^\circ$  ve  $\phi_{c2} = 20^\circ$  olarak alınmıştır. Pinyon dişlisinde düşük kavrama açılı yanakta alttan kesme oluşmaktadır.



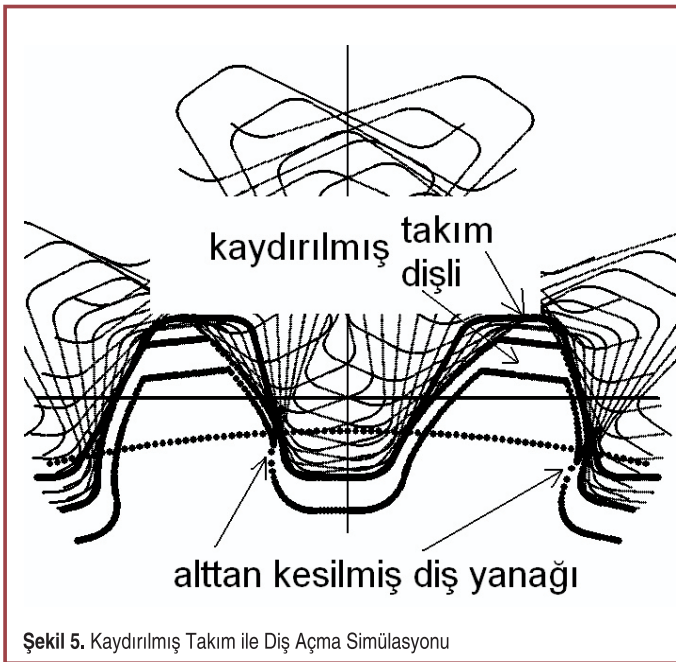
Şekil 3. Standart Mekanizma



Şekil 4. V-0 Mekanizması

Altan kesmeyi önlemek için pinyona  $x_1=0.4$  ve çarka  $x_2=-0.4$  profil kaydırma faktörleri uygulanmıştır. Profil kaydırma miktarı ise  $e = x_i xm$  olarak bulunur. Bu V-0 mekanizması Şekil 4'te gösterilmiştir.

Şekil 5'te profil kaydırmanın diş geometrisine olan etkileri gösterilmiştir. Altan kesilmiş dişli, kaydırılmış takım ve dişli çark şekilde görülmektedir. Diş açma prosesinde kesici takımın simüle edilmiş yörüngesi de görselleştirilmiştir [18,19].



Şekil 5. Kaydırılmış Takım ile Diş Açma Simülasyonu

## SONUÇ

Bu çalışmada kremayer-tipi takımla imalat için evolvent düz dişli çark mekanizmalarının matematik modellenmesi ele alınmıştır. Pinyon ve çarkın profillerinin eş zamanlı oluşturulması için müşterek kremayerin tam matematik modeli ve kremayer-taslak dönüşüm denklemleri verilmiştir. Genel hâl için takım profili asimetrik dizayn edilmiştir. Asimetrik profilli dişli çarklar yüksek performans gerektiren uçak-uzay ve otomotiv uygulamalarında mekanizmanın ağırlık optimizasyonunu sağlamaktadır. Profil kaydırmanın etkilerini incelemek için denklemlere V-0 (sıfır kaydırmalı) mekanizmayı temsil edecek düzenlemeler ilave edilmiştir. Çeşitli dizayn parametreleri için grafik çıktıları verilmiştir. Sunulan bu çalışmanın, simetrik ve asimetrik evolvent profilli düz dişli çarkların imalatı, CAD simülasyonu ve ileri nümerik analizi için faydalı olacağı düşünülmektedir.

## SEMBOLLER

- $a_c$  kremayer takımın dizayn parametresi
- $a_i$  kremayer takımın dizayn parametresi
- $b_c$  kremayer takımın dizayn parametresi
- $e$  profil kaydırma miktarı
- $l_i$  kremayer takımın kurvilineer koordinatları,  $i=a,b,c, d,e,f,g,h,i,j$
- $m_n$  normal modül
- $n_n$  kremayer takımın birim normal vektörü
- $r$  takım ucu yuvarlatma yarıçapı
- $r_2$  takım ucu yuvarlatma yarıçapı



- $r_{p1}$  pinyon taksimat dairesi yarıçapı  
 $r_{p2}$  Çark taksimat dairesi yarıçapı  
 $S$  kremayer takımın ötelenme mesafesi  
 $S_i$  koordinat sistemleri, ( $i=h,n,1,2$ ),  $h$  sabit,  $n$  hareketli takım, 1 hareketli pinyon taslak, 2 hareketli çark taslak  
 $\phi_{c1}$  kavrama açısı  
 $\phi_{c2}$  kavrama açısı  
 $\phi_1$  pinyonun yuvarlanma açısı  
 $\phi_2$  çarkın yuvarlanma açısı

### KAYNAKÇA

1. **Kapelevich, A.** 2000. "Geometry and Design of Involute Spur Gears with Asymmetric Teeth, Mechanism and Machine Theory, Cilt 35, 117-130.
2. **Kumar, V.S., Muni, D.V. ve Muthuveerappan, G.** 2008. "Optimization of Asymmetric Spur Gear Drives to Improve the Bending Load Capacity, Mechanism and Machine Theory, Cilt 43, No 7, 829-858.
3. **Salamoun C. ve Suchy, M.** 1973. "Computation of Helical or Spur Gear Fillets, Mechanism and Machine Theory, Cilt 8, No 3, 305-323.
4. **Colbourne, J.R.** 1987. The Geometry of Involute Gears, Springer-Verlag, New Jersey, A.B.D.
5. **Tsay, C.-B.** 1988. "Helical Gears with Involute Shaped Teeth: Geometry, Computer Simulation, Tooth Contact Analysis and Stress Analysis", ASME J. Mech. Transm. Autom. Des., Cilt 110, 482-491.
6. **Litvin, F.L.** 1994. Gear Geometry and Applied Theory, PTR Prentice Hall, New Jersey, A.B.D.
7. **Litvin, F.L., Fuentes, A.** 2004. Gear Geometry and Applied Theory, Cambridge University Press, New York, A.B.D.
8. **Tsay, C.-B., Fong, Z.H.** 1991. "Computer Simulation and Stress Analysis of Helical Gears with Pinion Circular Arc Teeth and Gear Involute Teeth", Mechanism and Machine Theory, Cilt 26, No 2, 145-154.
9. **Litvin, F.L., Lu, J., Townsend, D.P., Howkins, M.** 1999. "Computerized Simulation of Meshing of Conventional Helical Involute Gears and Modification of Geometry", Mechanisms and Machine Theory, Cilt 34, 123-147.
10. **Chang, S.-L.** 2004. "A New Idea to Improve Tooth Profile Precision of Involute Spur Gears Manufactured by Hob Cutters", Journal of Mechanical Engineering Science Cilt 218, 327-343.
11. **Liu, C.-C., Tsay, C.-B.** 2001. "Tooth Undercutting of Beveloid Gears", Journal of Mechanical Design, Cilt 123, 569-576.
12. **Chen, Y.-C., Tsay, C.-B.,** 2002. "Stress Analysis of a Helical Gear Set with Localized Bearing Contact", Finite Element in Analysis and Design, Cilt 38, 707-723.
13. **Yang, S.-C.** 2002. "Mathematical Model of A Ring-Involute-Teeth Spherical Gear with a Double Degree of Freedom", Int J Adv Manuf Technol, Cilt 20, 865-870.
14. **Chen, C.-F., Tsay, C.-B.** 2005. "Tooth Profile Design for the Manufacture of Helical Gear Sets with Small Numbers of Teeth", Int J of Machine Tools and Manufacture Cilt 45, No 12-13, 1531-1541.
15. **Yang, S.-C.** 2005. "Mathematical Model of A Helical Gear with Asymmetric Involute Teeth and Its Analysis", Int J Adv Manuf Technol, Cilt 26, No 5-6, 448-456.
16. **Yang, S.-C.** 2006. "Study on an Internal Gear with Asymmetric Involute Teeth", Mechanism and Machine Theory, Cilt 42, No 8, 977-994.
17. **Chao, L.-C., Tsay, C.-B.** 2008. "Contact Characteristics of Spherical Gears", Mechanism and Machine Theory, Cilt 43, No 10, 1317-1331.
18. **Fetvaci, C. ve Imrak, E.** 2008. "Mathematical Model of a Spur Gear with Asymmetric Involute Teeth and its Cutting Simulation", Mechanics Based Design of Structures and Machines, Cilt 36, No 1, 34-46.