

([30, -30]₂) FİBER TAKVİYELİ TABAKALI TERMOPLASTİK KOMPOZİT LEVHALARDA DELİK-KENAR ARASINDA OLUŞAN ELASTO-PLASTİK GERİLMELER

*Ahmet YAPICI, Ömer Sinan ŞAHİN **

Bu çalışmada fiber takviyeli termoplastik delikli kompozit bir levhanın tek yönde çekmeye maruz kalması durumunda delik çapına bağlı olarak levhalarda delikten kenara kadar meydana gelen artık gerilmeler incelenmiştir. Delik tipi daire olarak ele alınmıştır. Çözüm tekniği olarak sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır. Çözümlerde delik yarıçapı r=5, 15, 25 ve tabakalar ([30, -30]₂) şeklinde alınarak çözümler yapılmış, sonuçlar tablo ve grafiklerde gösterilmiştir.

Anahtar sözcükler : Termoplastik, kompozit, tabakalı plak, elasto-plastik, sonlu elemanlar

In this study, fiber reinforced thermoplastic composite laminated plates with a different hole diameter are subjected to in-plane forces. The hole diameters are chosen as d=10, 30, 50 and the configuration is ([30, -30]₂). The residual stresses are found from hole to the edge of the plate. The elasto-plastic numerical solution was carried out by using Finite Elements Technique for some iteration numbers. Residual stresses and expansion of plastic zone have been illustrated in tables and figures.

Keywords: Thermoplastic, composite, laminated plates, elasto-plastic, finite elements

* Selçuk Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümü

GİRİŞ

Kompozit malzemeler, malzeme özelliklerinin anizotropik olmasından dolayı yapısal tasarımda, özellikle açılı konstrüksiyonlarda ve değişik imalat yöntemlerinde, büyük potansiyele ve esnekliğe sahiptir. Kompozit yapılarda en yüksek verimi elde etmek için elemanlar tabakadan tabakaya değişen açılarda dizayn edilir. Bu esneklik, yapısal dizaynı geliştirir. Fakat bu durumda analiz zorlaşır. Bu kapsamda yapılan analiz, elemandaki karmaşık üç boyutlu tabaka geometrisi, anizotropi, açı yönleri ve çoklu tabaka yapılarının analizinde sonlu eleman tekniğini kullanmayı gerektirir.

Fiber takviyeli plastikler, "FRP" veya "Yapı Kompozitleri" olarak adlandırılan bu kompozitler polimer matriks malzemenin fiberle takviye edilmesinden elde edilirler. FRP ürünleri, yapısal uygulamalarda iyi bir konuma sahiptir. Karbon fiber ve termoset polimerler gibi yüksek mukavemet ve rijitliğe sahip polimerik matriksten yapılan ileri kompozit sistemler yıllardır etkin bir şekilde kullanılmaktadır. Fakat, daha sonra termoplastikler, Torlon, PEEK ve Ryton gibi malzemelerdeki yenilik ve gelişme yapısal kompozitlerde, takviyeli plastik malzemelerin ileri uygulamalarına yeni bir boyut kazandırdı. Bu yeni nesil

mühendislik malzemeleri, fiber takviyeli polimer matriks termoplastik kompozitler, klasik takviyeli termosetlere göre yüksek bir üstünlük ve gelişmişliğe sahiptirler.

Fiber takviyeli kompozit yapılarla ilgili çok sayıda çalışmalar yapılmıştır. Kompozitlerin anizotropik yapısı Azzi ve Tsai (1965), Tsai ve Wu (1971), Chou, P. C. Ve ark. (1973), Chou, T. W. Ve ark. (1985) tarafından incelenmiştir. Hogget termoplastik matriksli fiber takviyeli yapıları (1973) ve termoplastik kompozit reçineleri (1975) incelemiştir. Kays ve ark. (1983) termoplastik matriks kompozitlerin çözücülere karşı direncini araştırmıştır. Muzzy ve Kays (1984) termoplastik ve termoset yapısal kompozitler üzerine çalışmışlardır. Lin ve Kuo (1989) delikli kompozit plakların burkulmasını incelemişlerdir. Karakuzu ve ark. (1991,1997) fiber takviyeli Alüminyum matriks tabakalı kompozit plaklara sonlu elemanlar tekniğini uygulamışlardır. Yapıcı ve ark. (2001) termoplastik kompozitlerin düzlemsel kuvvetler altında elasto-plastik gerilme analizini yapmıştır.

Bu çalışmada önce kompozit plakların imali için gerekli olan termoplastik (Polietilen-F2.12) matriks malzeme, metal fiber ve kalıplar hazırlanarak sıcak preste basıldı. Bu plaklardan numuneler çıkartılarak deneysel çalışmalarla malzemenin mekanik özellikleri tespit edildi. Daha sonra da tabakalı kompozit model oluşturularak sonlu elemanlar metoduyla gerilme analizi yapıldı.

MATEMATİKSEL FORMÜLASYON

Tabakalı plakların çözümü tansvers kayma deformasyonlarını da içermektedir. Buna göre ortotropik bir tabakanın herhangi bir açısı için Gerilme-Şekil değiştirme ilişkisi aşağıdaki gibidir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{21} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{44} & \overline{Q}_{45} \\ \overline{Q}_{45} & \overline{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}$$

(1)

Burada \overline{Q}_i takviye açısına bağlı olarak malzemenin mühendislik sabitidir.

Bu çalışmada I. Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi kullanıldı. Bu teoriye göre plak üzerindeki tanecikler, deformasyon öncesi orta düzleme dik bir çizgi halindedir ve deformasyondan sonra da yine çizgi halinde kalmaya devam ederler.

Fakat bu çizgi orta düzleme dik olmak zorunda değildir. Böylece, küçük deformasyonlar için x, y, z , koordinatlarının yerdeğiştirme bileşenleri;

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\psi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\psi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w(x, y) \end{aligned} \quad (2)$$

olarak tanımlanır. Bu ifadelerde u_0, v_0 ve w orta yüzey üzerindeki yer değiştirmeler ψ_x, ψ_y sırasıyla x ve y eksenlerine dik olan dönme açılarıdır. Şekil değiştirme-Yer değiştirme bağıntıları kullanıldığında eğilme şekil değiştirmelerinin plak kalınlığı boyunca lineer değiştiği kabul edilir. Kayma şekil değiştirmelerinin ise kalınlık boyunca sabit olduğu kabul edilir.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \\ -\frac{\partial \psi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \psi_x}{\partial y} - \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w}{\partial y} - \psi_y \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \psi_x \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Elemanın denge denklemlerini elde etmek için toplam potansiyel enerji Π , birim alana gelen düşey yükleme P ile ve düzlemsel kuvvetler; \bar{N}_x^0, \bar{N}_y^0 .

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_A (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) dA dz + \frac{1}{2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_A (\tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{xz} \gamma_{xz}) dA dz \\ &\quad - \int_A w p dA - \int_{\partial R} (\bar{N}_x^0 u_x^0 + \bar{N}_y^0 u_y^0) ds \end{aligned} \quad (4)$$

cinsinden ifade edilebilir.

Burada $dA = dx dy$ ve düzlemsel kuvvetler ∂R sınırında uygulanır.

$\bar{N}_x, \bar{N}_y, \bar{N}_{xy}$ bileşke kuvvetleri, $\bar{M}_x, \bar{M}_y, \bar{M}_{xy}$ momentleri ve \bar{Q}_x, \bar{Q}_y kayma kuvvetleri tabakalı kompozit kesitin birim uzunluğu için aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$\begin{pmatrix} N_x & M_x \\ N_y & M_y \\ N_{xy} & M_{xy} \end{pmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} (1, z) dz \quad \begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \end{pmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{pmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{pmatrix} dz \quad (5)$$

Denge için toplam potansiyel enerji Π sabit olmalıdır. Böylece plaklar için virtüel deplasman prensibini sağlayan $\delta\Pi = 0$ elde edilir (Bathe, 1982).

SONLU ELEMEN MODELİ

Plakanın rijitlik matrisi, minimum potansiyel enerji prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Eğilme ve kayma rijitlik matrisleri sırayla aşağıda verilmiştir,

$$|K_b| = \int_A |B_b|^T |D_b| |B_b| dA$$

$$|K_s| = \int_A |B_s|^T |D_s| |B_s| dA \quad (6)$$

Burada,

$$|D_b| = \begin{pmatrix} A_{\psi} & B_{\psi} \\ B_{\psi} & D_{\psi} \end{pmatrix} \quad |D_s| = \begin{pmatrix} k_1^2 A_{44} & 0 \\ 0 & k_2^2 A_{55} \end{pmatrix}$$

$$(A_{\psi}, B_{\psi}, D_{\psi}) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}(1, z, z^2) dz \quad (i, j=1, 2, 6) \quad (7)$$

$$(A_{44}, A_{55}) = \int_{-h/2}^{h/2} (Q_{44}, Q_{55}) dz$$

olup, D_b ve D_s sırasıyla malzeme matrisinin eğilme ve kayma rijitlik matrisleridir. A_{45} , A_{44} ve A_{55} 'e kıyasla ihmal edilebilir. k_{44} ve k_{55} dikdörtgen kesiti için kayma düzeltme faktörleridir $k_1^2 = k_2^2 = 5/6$ olarak verilmiştir.

Problemin çözümünde dış kuvvetler düzlemsel olarak uygulanmış ve bu kuvvetler iterasyonla kademeli olarak arttırılmıştır. Her iterasyon için eşdeğerlik ve dengesizlik ile ilgili gerilmeler hesaplandı. Bu gerilmeler aşağıdaki şekilde ifade edilebilir,

$$\{R\}_{eşdeğer} = \int_{vol} |B|^T |\sigma| dA = \int_{vol} |B_b|^T |\sigma_b| dA + \int_{vol} |B_s|^T |\sigma_s| dA \quad (8)$$

$$\{R\}_{dengelesizlik} = \{R\}_{uygulanan} - \{R\}_{es deger}$$

(9)

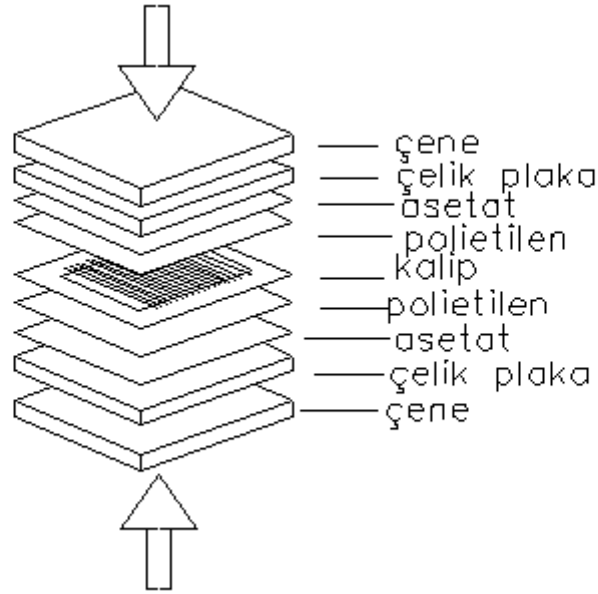
Plastik bölgedeki Gerilme-Şekildeğiştirme ilişkisi aşağıdaki gibidir,

$$\sigma = \sigma_0 + K \epsilon_p^n \quad (10)$$

Bu plastik bölgedeki çözümde akma kriteri olarak Tsai-Hill kriteri (Ref. 7) kullanılmıştır.

TABAKALI KOMPOZİTİN İMAL EDİLMESİ

Bu çalışmada düşük yoğunluklu polietilen (LDPE-F2.12) termoplastik matriks olarak, galvanizli tel de fiber olarak kullanılmıştır. Fiber çapı 0.5 mm, özgül ağırlığı 7.8 gr/cm² ve hacimsel konsantrasyonu 0.0464 gr/gr. Numunelerin hazırlanmasında kullanılan kalıp Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1. Pres İşlemi

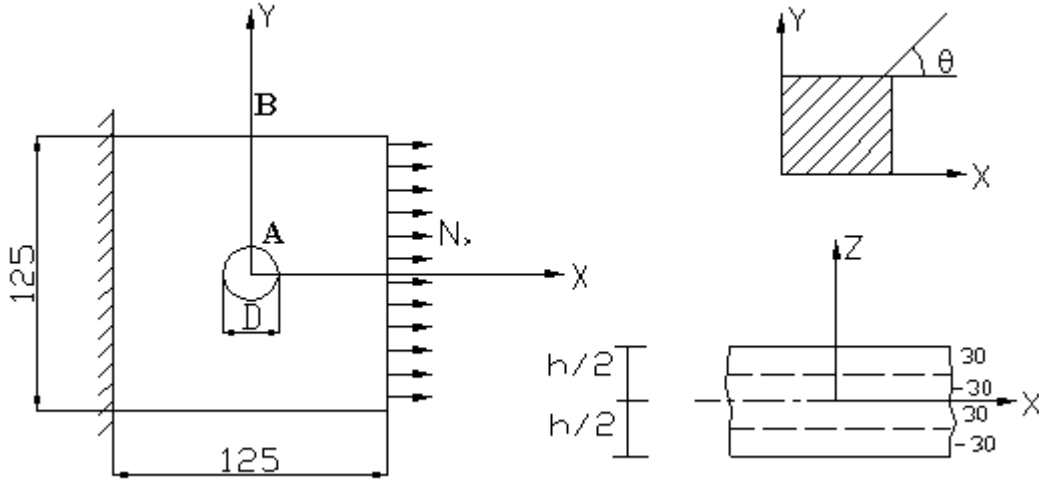
Kalıp sıcak preste 160°C'ye kadar ısıtılıp 2.5 MPa basınç altında 5 dakika bekletildikten sonra 3 dakikada 30°C'ye kadar soğutulup kompozit tabakalar elde edilmiştir.

DENEYSEL ÇALIŞMALAR

Sonlu elemanlar analizinde kullanılmak üzere termoplastik matriks-Metal fiber plakanın mekanik özelliklerini tespit edebilmek için değişik şekillerde numuneler hazırlanıp çekme cihazında çekilerek Tablo 1'de verilen değerler elde edilmiştir.

Tablo 1. Kompozit Plakanın Akma Noktaları ve Mekanik Özellikleri

Mekanik Özellikler	
$E_1=4300$ (MPa)	$\sigma_1=21.01$ (MPa)
$E_2=957$ (MPa)	$\sigma_2=5.221$ (MPa)
$G_{12}=241.48$ (MPa)	$\tau_{12}=5.850$ (MPa)
$V_{12}=0.4$	



Şekil 2. Yükleme Şekli

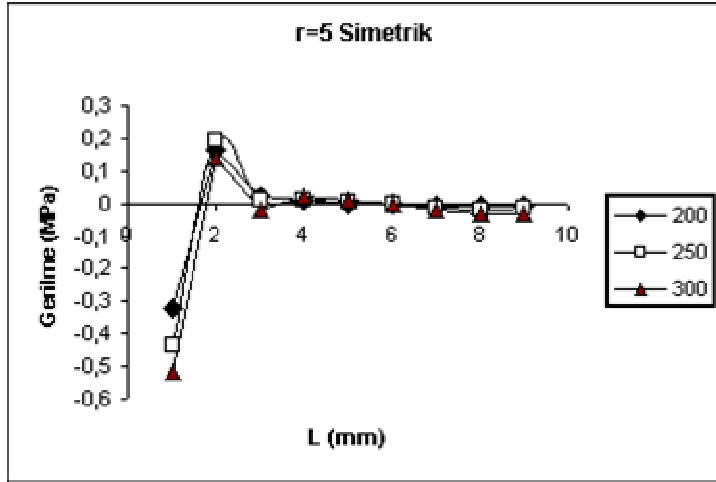
ÇÖZÜMLER

Tabakalı plaklar, bir ucu ankastre diğer ucu ise düzgün yayılı yüke maruz bırakılmıştır. Tabakalar dört plaktan oluşmak üzere simetrik ve antisimetrik konfigürasyonlara göre çözüm yapılmıştır. Uygulanan yük kademeli olarak akma noktasına kadar arttırılarak akma noktaları elde edilmiştir. Elde edilen akma noktaları Tablo 2'de verilmiştir. Bu noktadan sonra düzlem yüklemeler her iterasyonda 0.01 hassasiyetle 200, 250 ve 300 arttırılmıştır.

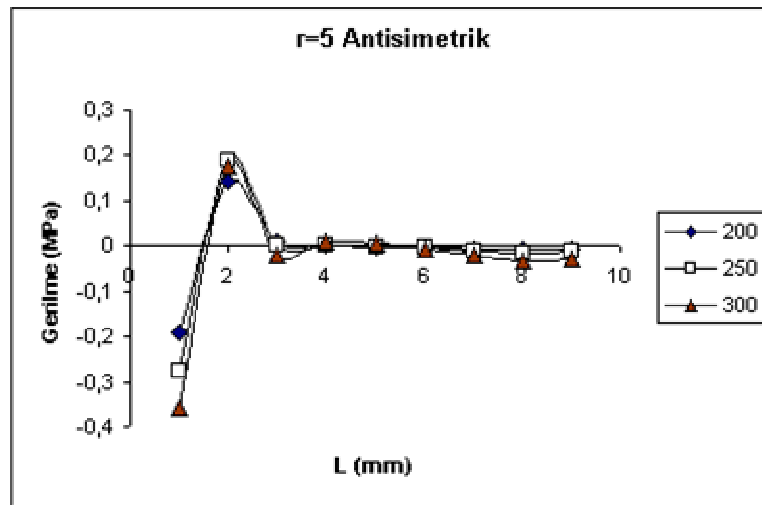
Tablo 2. Farklı Delik Çaplarında Akma Noktaları

	D=10	D=30	D=50
Simetrik(N/mm)	9.3810	6.8161	5.4860
Antisimetrik(N/mm)	9.2752	6.7545	5.4244

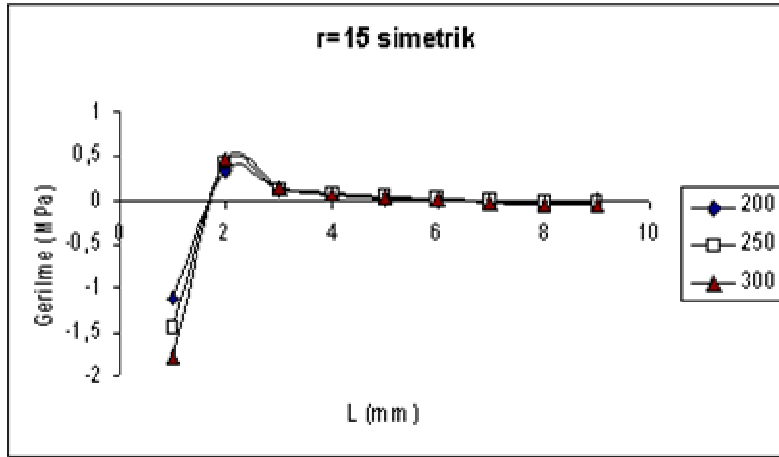
([30,-30]2) açılı plaklarda delik yarıçapı 5 (mm) den itibaren 15 (mm) ve 25 (mm) olmak üzere, simetrik ve antisimetrik durumlarda A-B boyunca artık gerilmeler bulunmuştur. Bu gerilmeler Şekil 3, 4, 5, 6, 7 ve 8'de verilmiştir.



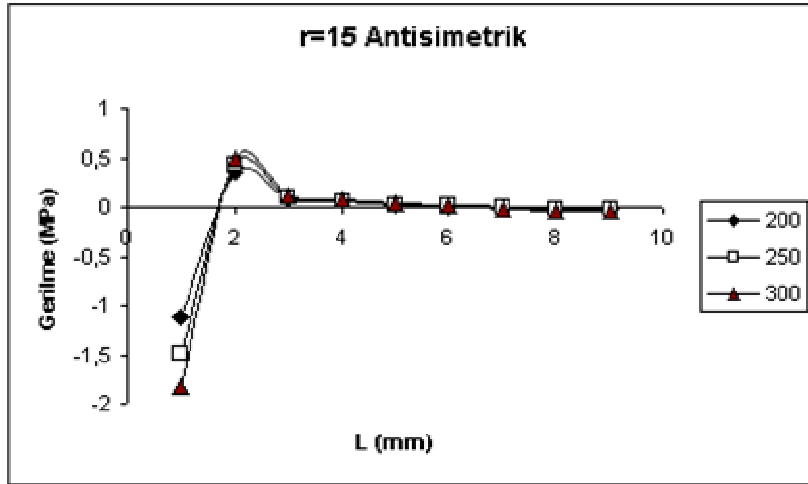
Şekil 3. r=5 mm için Simetrik Plaka



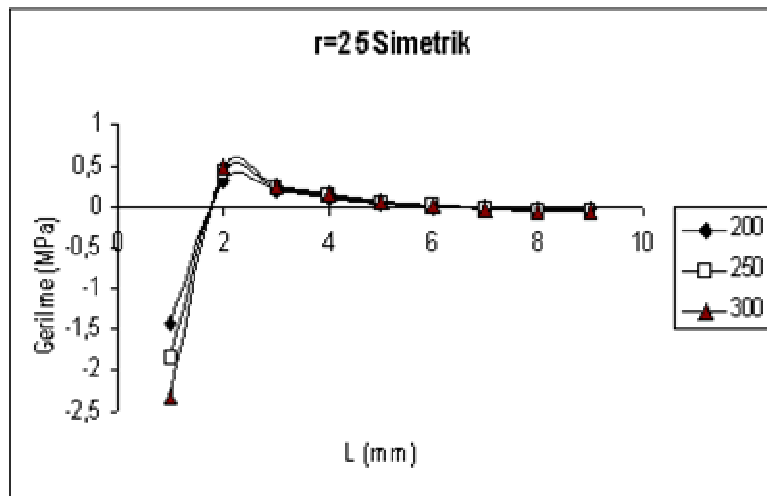
Şekil 4. r=5 mm için Antisimetrik Plaka



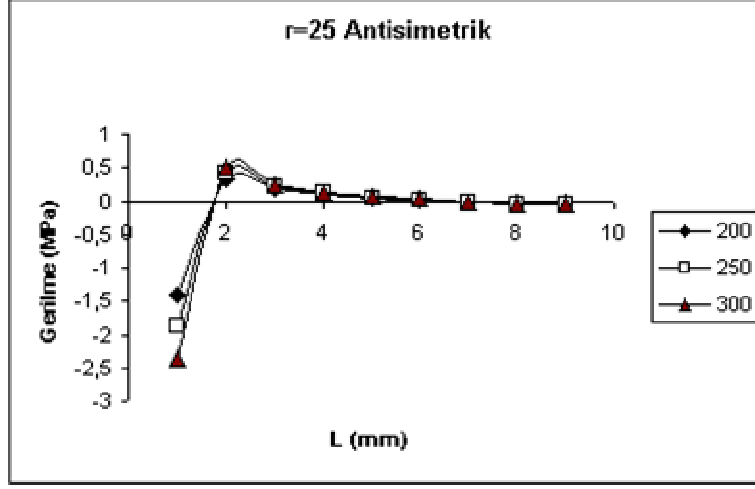
Şekil 5. r=15 mm için Simetrik Plaka



Şekil 6. r=15 mm için Antisimetrik Plaka



Şekil 7. $r=25$ mm için Simetrik Plaka



Şekil 8. $r=25$ mm için Antisimetrik Plaka

SONUÇ ve DEĞERLENDİRME

Fiber olarak galvanizli çelik tel ve matriks olarak düşük yoğunluklu polietilenin kullanıldığı tabakalı kompozit malzemenin bütün mekanik özellikleri bulunmuştur. Kompozitin akma gerilmesi, fiberin hacimsel konsantrasyona bağlı olarak artmıştır.

Kompozit tabakaların deliksiz olduğu durumda dış kuvvetler 13.2332 (N/mm) ye ulaştığında akma delik çevresinde başlamaktadır. Bu değer simetrik ve antisimetrik durumlar için aynıdır.

Tabakaların delikli olması durumunda, yayılı yükün etkisiyle delik çevresinde gerilme yığılmaları oluşur. Gerilme akışı kuvvetin uygulandığı kenar ile ankastre kenar arasında gerçekleştiğinden deliğin orta çizgisinden kenarına kadar olan akış tek bir noktadan geçmeye çalışır. Bu durumda bu noktalarda gerilme yığılmaları oluşur. Bu nedenle malzeme ilk önce bu noktalarda plastik deformasyona uğrar. Yani malzeme delik çevresinde plastik deformasyona uğramasına karşın diğer bölgeler elastiktir. Kuvvetler kaldırıldığında plastik deformasyona uğramış bölgelerde artık gerilmeler kalır. Bu gerilmeler grafiklerden de anlaşılacağı gibi delik çevresinden plakanın kenarına doğru gidildikçe azalmaktadır.

Farklı delik çaplarına göre analizin yapıldığı bu çalışmada aynı delikler için simetrik tabakalardaki N_x değerleri antisimetrik tabakaların N_x değerlerinden daha büyük olduğu görülmüştür. Yine aynı delik çapı ve açılarda simetrik plakalardaki artık gerilmeler daha yüksek değerler almıştır.

Delik çapı büyüdükçe akma için gerekli olan N_x değeri düştüğünden, iterasyona daha düşük akma noktalarından başlandı. Bu da büyük çaplarda artık gerilmelerin daha küçük olmasına sebep oldu.

Artık gerilmeler A noktasında yüksek, B ye yaklaştıkça ise sifıra yakın değerler almıştır.

KAYNAKÇA

1. **Azzi, V. D. ve Tsai, S. W.**, "Anisotropic Strength of Composite", *Expl. Mech.*, 283-286, 1965.
2. **Bathe, K. J.**, *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
3. **Chou, P. C., McNamer, B. M. and Chou, D. K.**, "The Criterion of Laminated Media", *Journal of Composite Materials*, 7, 22-35, 1973.
4. **Chou, T. W., Kelly, A. ve Okura A.**, "Fibre-Reinforced Metal-Matrix Composites", *Journal of Composite Materials*, 16:187-206, 1985.
5. **Hoggatt, J. T.** "Reinforced Structural Composites Using Thermoplastic Matrices", *The 5th National SAMPE Technical Conference, Materials and Process for the 70's Cost Effectiveness and Reliability* 5, 91-102, 1973.
6. **Hoggatt, J. T.**, "Thermoplastic Resin Composite", *The 20th National SAMPE Symposium, Technology in Transition*, 20, 606-617, 1975.
7. **Jones, Robert M.**, "Mechanics of Composite Materials", McGraw-Hill Kogakusha Ltd., 1975
8. **Karakuzu, R., Özel, A. ve Sayman, O.**, "Elasto-plastic Finite Element Analysis of Metal Matrix Plates with Edge Notches", *Computers & Structures*, 63, 551-558, 1997.
9. **Karakuzu, R. ve Sayman, O.**, "Elasto-plastic Finite Element Analysis of Orthotropic Rotating Discs with holes", *Computers & Structures*. 51, 695-703, 1991.
10. **Kays, A. O. ve Hunter, J. D.**, "Characterization of Some Solvent Resistant Thermoplastic Matrix Composites", *Composite materials: Quality Assurance and Processing*, ASTM-STP 797, Browning, ed. pp., 119-132, 1983.
11. **Muzzy, J. D. ve Kays, A. O.**, "Thermoplastics vs. Thermosetting Structural Composites", *Polymer Composites*, 5, 169-172, 1984.

12. Lin, C. C. ve Kuo, C. C., "Buckling of Laminated Plates with Holes", Journal of Composite Materials, V.23, p:536-553, 1989.

13. Yapıcı, A., Tarakçiođlu, N., Akdemir, A., ve Avcı, A., "Elasto-Plastic Stresses Analysis of Thermoplastic Matrix Composite Laminated Plates under In-Plane Loading", Journal of Thermoplastic Composite Materials, Vol. 14, March 2001