

PLASTİK PARÇALAR ÜRETEBİR FABRİKANIN MONTAJ HATLARININ ÇİZELGELENMESİ

Emine AKYOL¹, Tuğba SARAÇ^{2*}

¹Anadolu Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Eskişehir

²Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Eskişehir

emineakyol@anadolu.edu.tr, tsarac@ogu.edu.tr

Geliş Tarihi: 21 Ekim 2011; Kabul Ediliş Tarihi: 28 Eylül 2012

Bu makale 2 kez düzeltilmek üzere 119 gün yazarlarda kalmıştır.

ÖZET

Bu çalışmada, plastik parça üreten bir fabrikanın montaj hatlarının çizelgenmesi problemi ele alınmıştır. İşletmede var olan montaj hatlarının bazılarında sadece belli parçalar üretilebilmektedir. Bazı hatlar ise paralel çalışabilmektedir. Montaj hatlarında kısa ve standart işlemler yapıldığından üretim tek kademeli olarak varsayılmıştır. Böylece, özel ürünleri üretebilen montaj hatlarının çizelgenmesi problemi, tek makine çizelgeleme problemi, alternatif hatları çizelgeleme problemi ise özdeş paralel makine çizelgeleme problemi olarak ele alınmıştır. İşlerin hazır olma zamanları ve paralel montaj hatlarında her vardiyada farklı sayıda hattın çalışabilmesi gibi sürece özel kısıtlar mevcuttur. Söz konusu kısıtları dikkate alacak şekilde iki matematiksel model geliştirilmiştir. Oluşturulan modeller GAMS yazılımı kullanılarak çözülmüş ve elde edilen sonuçlar mevcut çizelgeler ile karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Paralel makine çizelgeleme problemi, tek makine çizelgeleme problemi, montaj hattı çizelgeleme

SCHEDULING THE ASSEMBLY LINES OF A PLASTIC PRODUCTS MANUFACTURER

ABSTRACT

In this study, assembly lines scheduling problem of a plastic product manufacturer has been considered. In some assembly lines of the factory, only some special products can be produced. The other assembly lines are parallel. We assumed that the production has one stage because the lines have standard processes with short processing time. For that reason, the assembly line scheduling problem for the lines which can produce only special products is considered as a single machine scheduling problem and also parallel assembly line scheduling problem is considered as an identical parallel machine scheduling problem. There are some process oriented constraints like release dates and shift availabilities of lines. Two mathematical models with process oriented constraints are developed. Proposed models have solved by the solver of GAMS optimization software and obtained schedules have compared with the schedules used by the factory.

Keywords: Single machine scheduling problem, parallel machine scheduling problem assembly line scheduling

* İletişim yazarı

1. GİRİŞ

Üretim çizelgeleme, bir ürünü oluşturan iş parçalarının tek veya çok sayıdaki makinelerde hangi sırada ve ne zaman işleneceğinin belirlenmesidir. Üretim çizelgeleme problemleri, üretim tipine göre çok farklı biçimlerde olabilir. Çizelgeleme problemleri işlem karmaşıklığı açısından ele alınacak olursa, göz önünde bulundurulması gereken kademe sayısına göre dört farklı başlıkta incelenebilir (French, 1982):

- Tek kademe, tek makine problemi, en basit problem biçimidir. Burada bütün işler, tek makinede işlenmek üzere tek bir işlem kademesini gerektirmektedir.
- Tek kademe, paralel makine problemi, tek makine problemine benzemektedir. Her bir iş paralel makinelerin birisinde işlenmek üzere yine tek bir işlem kademesini gerektirmektedir. Ancak bu problemde aynı işi yapan birden fazla makine mevcuttur.
- Çok kademe problemleri, her bir işin işlem sırasında çok kesin bir öncelik ilişkisinin bulunduğu durumlardır. Her bir iş, makineler grubunda öncelik ilişkisine göre işlenmeyi gerektirir. Çok kademeli problemler, akış tipi ve atölye tipi olmak üzere iki şekilde incelenebilir. Akış tipi problemde, bütün işler aynı işlem sırasıyla aynı makine grubunda işlenir. Diğer bir deyişle, işlerin makinelerdeki işlem sırası (teknolojik kısıt) ve öncelik ilişkisi aynıdır.
- Çok kademeli atölye tipi problem ise, sınıflandırmadaki en genel ve en karmaşık olanıdır. Belli bir işe ait işlem kademeleri sayısı üzerine hiçbir kısıt yoktur. Başka bir deyişle, atölye tipi problemde her bir iş, farklı makinelerde işlenmek üzere kendine özgü bir işlem sırasına sahiptir.

Birden fazla aynı işi yapabilen makinenin varlığı paralel makineler olarak adlandırılmaktadır. Bu tip makinelerin çizelgenmesi, tek makine çizelgelemesine göre daha karmaşık bir problemdir. Paralel makine çizelgeleme problemi, gerçek hayatta çok sık var olması ve çok aşamalı daha karmaşık problemlerin de alt problemi olması sebebiyle oldukça önemlidir. Bu problemleri parçaların makinelerde işleme süreleri açısından üç gruba ayırmak mümkündür (Pinedo, 2002):

- Eğer bir parça tüm makinelerde aynı sürede üretilebiliyorsa, özdeş (*identical*),
- Tüm makinelerde aynı sürede üretilmiyor ancak süre farklılıkları parametrik bir ilişkiyle açıklanabiliyorsa düzgün (*uniform*),
- Üretim süreleri düzensiz bir şekilde farklılık gösteriyorsa ilişkisizdir (*unrelated*).

Ele alınan paralel montaj hatlarında az sayıda standart işlem yapıldığından, işlem süreleri işçiye ya da hatta göre farklılık göstermemektedir. Bu nedenle, ele alınan problem özdeş paralel makine çizelgeleme sınıfına girmektedir.

Çizelgelemenin ne ölçüde başarılı olduğunu değerlendirmek için kullanılan ölçütler performans ölçütü olarak tanımlanmaktadır (French, 1982). Bu doğrultuda tek bir performans ölçütü kullanılabileceği gibi birden fazla ve birbiriyle çelişen ölçütleri de kullanmak mümkündür. Çizelgeleme literatüründe en çok yer alan performans ölçütlerinden bazıları aşağıda sıralanmıştır (Allahverdi vd., 2008):

- C_{max} : Son işin tamamlanma zamanı
- T_{max} : Enbüyük gecikme süresi
- TSC : Toplam hazırlık maliyeti
- TST : Toplam hazırlık süresi
- $\sum c_j$: Toplam tamamlanma zamanı
- $\sum E_j$: Toplam erken tamamlanma zamanı
- $\sum T_j$: Toplam gecikme süresi
- $\sum U_j$: Toplam geciken iş sayısı, $U_j \in \{0,1\}$
- $\sum w_j c_j$: Ağırlıklandırılmış toplam tamamlanma zamanı
- $\sum w_j U_j$: Ağırlıklandırılmış toplam geciken iş sayısı
- $\sum w_j E_j$: Ağırlıklandırılmış toplam erken tamamlanma zamanı
- $\sum w_j T_j$: Ağırlıklandırılmış toplam gecikme süresi

Bu çalışmanın yapıldığı işletme, yan sanayi olarak hizmet verdiği için; talepleri gecikmesiz karşılayabilmesi oldukça önemlidir. Bu nedenle hem özel ürünleri üretebilen hem de paralel çalışan hatlar için toplam gecikmenin en küçüklenmesi amacı göz önünde bulundurulmalıdır. Ayrıca paralel hatların boş kalma sürelerini azaltmak için en büyük tamamlanma zamanlarının en küçüklenmesi amacı da ele alınmalıdır.

Sadece özel ürünleri üretebilen montaj hatlarının çizelgenmesi problemi, tek makine çizelgeleme problemi olarak ele alınmıştır. Bu problemde işlerin hazır olma zamanları göz önünde bulundurulmuştur. Bu problem literatürde $(1/r_i/\sum T)$ olarak ele alınmaktadır. Ayrıca paralel hatların çizelgenmesi probleminde her vardiyada farklı sayıda hattın çalışması durumu da göz önünde bulundurulmalıdır. Bilgimiz dâhilinde daha önce paralel makine çizelgeleme problemlerinde bu süreç özelliği dikkate alınmamıştır.

Literatürde tek makine çizelgeleme problemini ele alan çok sayıda çalışma mevcuttur. Yakın tarihli çalışmalar incelendiğinde, Eren ve Güner (2006), sıraya bağımlı hazırlık sürelerinin dikkate alındığı tamsayı bir model geliştirmiştir. Bu büyük boyutlu problemde tabu arama yönteminden yararlanılmıştır. Haral vd. (2007), çalışmada bir genetik algoritma (GA) geliştirmiştir. Chen (2007) ise, tek makine çizelgeleme probleminde periyodik bakımların çizelgenmesi için dal-sınır algoritması ve sezgisel bir çözüm yöntemi önermiştir. Problemde amaç; toplam akış süresini ve en büyük gecikmeyi en küçüklemek olarak belirlenmiştir. Molaee vd. (2010), geciken iş sayısını ve en büyük erken tamamlanmayı en küçüklemek amaçlarını dikkate alarak bir sezgisel algoritma geliştirmiştir. 150 ve daha fazla sayıdaki iş için literatürdeki diğer sezgisel algoritmalara kıyasla daha etkin sonuçlar elde edilmiştir. Sioud vd. (2012) ise, toplam gecikmenin en küçüklenmesi amacıyla sıraya bağımlı hazırlık sürelerinin olduğu bir tek makine çizelgeleme problemini ele almıştır. Çözüm için temelde genetik algoritmalarından yararlanılmıştır. GA'nın çaprazlama operatörleri için kısıt programlama, çok amaçlı evrimsel algoritma ve karınca kolonisi algoritmaları melezlenerek kullanılmıştır.

Literatürde paralel makine çizelgeleme probleminin ele alındığı çalışmalar da mevcuttur. Chang (2005), toplam gecikmeyi ve toplam tamamlanma zamanını en küçüklemek amaçlarına sahip problemin çözümü için bir GA önermiştir. Eren (2008) ise, hazırlık sürelerinin öğrenme etkili olduğu, m özdeş makine çizelgeleme problemi için bir matematiksel model önermiş ve bu modelin çözümüne yönelik

olarak da üç sezgisel yaklaşım geliştirmiştir. Demirel vd. (2011) ise toplam gecikmeyi en küçüklemek için genetik algoritmalarından yararlanmıştır. Ranjbar vd. (2012), özdeş makinelerin ve işlerin işlem sürelerinin rassal olduğu bir çizelgeleme problemi ele almıştır. Amaç, müşteri seviyesini arttıracak en büyük tamamlanma zamanının teslim zamanını aşmayacağı gürbüz bir çizelge elde etmektir. Çözüm için iki dal sınır algoritması geliştirilmiştir. Kaplan ve Rabadi (2012), çalışmada savaş uçaklarının havadaki yakıt ikmallerini çizelgeleme problemini ele almışlardır. Savaş uçakları iş, aynı görevi yapan tankerler ise paralel makine olarak değerlendirilmiştir. Hazırlık zamanları göz önünde bulundurulup ağırlıklı toplam gecikme en küçüklenmiştir. Ayrıca karma tamsayı bir model geliştirilmiş ve çözümü için iki farklı sezgisel yöntem önerilmiştir.

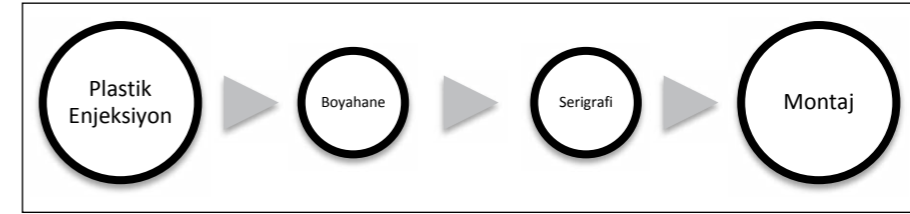
Literatürde aynı amaçlara sahip olan pek çok çalışma olsa da problemlerin çözüm yöntemleri ve ele alınan süreç özellikleri oldukça farklılık göstermektedir. Problemlerin çözümüne yönelik olarak genellikle GA ve sezgisel yöntemlerden yararlanılmıştır. Çalışmaların pek çoğunda sıra bağımlı hazırlık süreleri, hazır olma zamanları gibi süreç özellikleri dikkate alınmıştır. Bu çalışmada ise erişilebilen literatürden farklı olarak, her vardiyada (periyotta) aynı sayıda hattın (makinenin) çalışmadığı, çok periyotlu durum ele alınmıştır.

Çalışmanın izleyen bölümünde ele alınan problem tanımlanmış, üçüncü bölümde deneysel sonuçlar ve son bölümde ise sonuç ve öneriler sunulmuştur.

2. MONTAJ HATTI ÇİZELGELEME PROBLEMİ

Çalışmanın yapıldığı işletmede, üretim süreçleri plastik enjeksiyon, boyahane (plastik - metal üzeri yaş boya), serigrafi ve montaj olmak üzere dört bölümden oluşmaktadır. İşletmedeki tüm süreçlerde işlem gören bir ürünün akış şeması Şekil 1'de verilmiştir:

İşletmenin montaj bölümünde 13 farklı tezgâh bulunmaktadır. Tezgâhların on ikisi birer işçiyle çalışmaktadır. Yarı mamuller bu tezgâhlara partiler halinde gelmekte ve montajları yapılmaktadır. Bu on



Şekil 1. İşletmedeki Tüm Süreçlerde İşlem Gören Bir Ürünün Akış Şeması

iki tezgâhın her birinde yapılan işler uzmanlaşmayı gerektirmemektedir. Yani her işçi her tezgâhtaki herhangi bir işi yapabilir durumdadır. Bu nedenle bu hatlar paralel makine çizelgeleme problemi olarak ele alınmıştır. Sonuncu tezgâhta ise dört işçi çalışmaktadır. İşçilerin her biri bir işlem yaparak toplam dört işlemlerle montajı tamamlamaktadır. Bu tezgâhta montajı yapılan ürünler belirlidir ve diğer hatlarda üretilemezler. Dolayısıyla buradaki montaj hattı ve operatörler diğer hatlarla paralel değildir. Bu nedenle bu hattın çizelgenmesi problemi, tek makine çizelgeleme problemi olarak ele alınabilir.

Fabrikada her vardiyanın kapasitesi 7,2 saat olmak üzere üç vardiya halinde çalışılmaktadır. Genellikle, montaj hattında vardiya iki ve vardiya üçte 12 operatör, vardiya birde ise 10 operatör çalışmaktadır. Tek makine çizelgeleme olarak değerlendirilen hattın operatörleri dışında kaç montaj operatörü çalışıyorsa, ilgili vardiyada o kadar montaj hattı çalışmaktadır.

İşletmede siparişe dayalı üretim yapılmaktadır. İşletme tam zamanında üretim yapan firmaların yan sanayisi olduğundan teslim zamanı büyük önem taşımaktadır. Ayrıca müşteriler teslim zamanından çok kısa bir süre önce sipariş verdiklerinden çizelgeleme periyodu da kısadır. Yanı sıra, müşteri talepleri sık güncellendiğinden çizelgenen işler listesi de sürekli olarak değişebilmektedir. Çizelgeleme yapılırken dikkate alınması gereken bir diğer nokta da montaj hatlarının kapasitelerinin vardiyada çalışacak operatör sayısına göre her vardiyada değişebilmesidir.

İşletme, işleri çizelgelemek için sistematik bir çözüm yaklaşımı kullanmamaktadır. Çizelgeleme, mümkün olduğunca işleri geciktirmemeye özen göstererek planlama sorumlusunun tecrübeleri doğrultusunda elle yapılmaktadır.

Dört operatörün çalıştığı, tek montaj hattı çizelgeleme probleminde amaç, toplam gecikmeyi en küçüklemektir. Bu hat, genellikle her vardiyada tam kapasiteyle üretim yapmaktadır. Montaj, üretim sürecinin ilk basamağı olmadığından bu problemde yarı mamullerin önceki işlemlerinin bitiş zamanları (*hazır olma zamanları*) dikkate alınmalıdır. Her bir hatta birer işçinin çalıştığı paralel montaj hattı probleminde ise toplam gecikmenin yanı sıra, bir diğer amaç da, en büyük tamamlanma zamanına sahip olan makinenin tamamlanma zamanının en küçüklenmesidir. Bu sayede, makinelerin boş kalma süresi de azaltılmaktadır. Tek montaj hattında olduğu gibi burada da işlerin hazır olma zamanları dikkate alınmıştır. Paralel montaj hattı çizelgeleme probleminde kapasite değişiklikleri önem taşımaktadır.

Hem tek hat hem de paralel montaj hattı çizelgeleme problemi için kabul edilen varsayımlar aşağıda verilmiştir:

- İşlerin hazır olma zamanları vardır.
- Her işçi belirli bir işi aynı sürede yapmakta ve bitirmiş işler bir sonraki vardiyaya devredilmektedir.
- İşlerin hazırlık süreleri yoktur.
- Planlama periyodu bir gündür. Ancak yeni talepler geldiğinde ya da müşteri taleplerinde değişiklik olduğunda gün içinde de çizelgeleme yinelenabilir. Bu sayede her gelen iş, çizelgenen işler havuzuna atıldığından teslim zamanına uygun olarak işler sıralanabilir.

Bu varsayımlar dikkate alınarak geliştirilen matematiksel modeller aşağıda verilmiştir.

2.1 Tek Hat Çizelgeleme Problemi

Dört işçinin çalıştığı ve sadece bu hatta montajı yapılabilen ürünlerin üretildiği montaj hattının çizel-

gelenmesi problemi, tek makine çizelgeleme problemi olarak ele alınmıştır. Bu problemde, tek montaj hattında işlem görecektir n tane iş bulunmaktadır. p_j , j işinin işlem süresini, d_j , j işinin teslim tarihini göstermektedir. Her işin hazır olma zamanı vardır ve r_j ile gösterilmektedir. Herhangi bir hatta i işi tamamlandığında, j işinin hazır olması için beklenmesi gereken süre v_j ($\text{enb}\{r_j - C_i, 0\}$) ile ifade edilmiştir. Bir iş, teslim zamanından sonra biterse o iş gecikmiş olur. Bu problemde amaç, toplam gecikmenin ($\sum T_j$) enküçüklenmesidir ve problem literatürde ($1/r_j / \sum T_j$) olarak gösterilmektedir. Matematiksel model aşağıda verilmiştir:

Kümeler:

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ iş kümesi

İndisler:

i veya $j \in N$ iş indisi

$k \in N$ sıra indisi

Kısıtlar:

$$C_j \geq p_j + r_j \quad \forall j \in N \quad (2)$$

$$C_j - C_i + M(2 - y_{jk} - y_{ik-1}) \geq p_j + v_j \quad \forall j \neq i, k > 1, i, j, k \in N \quad (3)$$

$$v_j + M(2 - y_{jk} - y_{ik-1}) \geq r_j - c_i \quad \forall j \neq i, k > 1, i, j, k \in N \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N} y_{jk} = 1 \quad \forall k \in N \quad (5)$$

$$\sum_{k \in N} y_{jk} = 1 \quad \forall j \in N \quad (6)$$

$$T_j \geq C_j - d_j \quad \forall j \in N \quad (7)$$

$$y_{jk} \in \{0, 1\} \quad \forall j, k \in N \quad (8)$$

$$C_j \geq 0 \quad \forall j \in N \quad (9)$$

$$T_j \geq 0 \quad \forall j \in N \quad (10)$$

$$v_j \geq 0 \quad \forall j \in N \quad (11)$$

Parametreler:

n : iş sayısı

p_j : j işinin işlem süresi

d_j : j işinin teslim zamanı

r_j : j işinin hazır olma zamanı

M : çok büyük bir pozitif sayı

Karar değişkenleri:

C_j : j işinin tamamlanma zamanı

T_j : j işinin gecikmesi $T_j = \text{enb}\{C_j - d_j, 0\}$

v_j : i işi tamamlandığında, j işinin hazır olması için

beklenmesi gereken süre $v_j = \text{enb}\{r_j - C_i, 0\}$

y_{jk} : j işi k . sıraya atanırsa 1; diğer durumda 0

Amaç fonksiyonu:

$$\text{enk } z = \sum_{j=1}^n T_j \quad (1)$$

Amaç (1); toplam gecikmeyi en küçükmektir. Kısıt (2) j işinin tamamlanma zamanının en az j işinin işlem ve hazır olma süreleri toplamı kadar olması gerektiğini göstermektedir. Kısıt (3) k . ($k > 1$) sıradaki işin tamamlanma zamanının belirlenmesini sağlamaktadır. İşlerin hazır olması için kalan süre ise kısıt(4) ile hesaplanmaktadır. Kısıt (5) ve kısıt (6) sırasıyla, her sıraya yalnızca bir işin atanmasını ve bir işin yalnızca bir sıraya atanmasını sağlamaktadır. Kısıt (7) j işinin gecikmesinin hesaplanmaktadır. Kısıt (8)-(11) karar değişkenlerine ait işaret kısıtlarıdır.

2.2 Paralel Hat Çizelgeleme Problemi

Her işçinin herhangi bir işi yapabilir durumda olduğu on iki hat, paralel makine çizelgeleme problemi olarak ele alınmıştır. Bu problemde, n iş, m hattan herhangi birisine atanabilmektedir. j . işin işlem süresi (p_j) atandığı hatta göre farklılık göstermemektedir. Çizelgeleme, her vardiyada (periyotta) farklı sayıda hattın çalıştığı üç vardiya olacak şekilde yapılmaktadır. Montaj hattından önceki işlemlerin her iş için tamamlanma zamanı farklı olduğundan j . işin hazır olma süresi r_j olarak tanımlanmıştır. İşlerin bölünemediği kabul edilmektedir. Ele alınan probleme ait kümeler, indisler, parametreler, karar değişkenleri ve matematiksel model aşağıda verilmiştir.

Kümeler:

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ iş kümesi

$M = \{1, 2, \dots, n - m + 1\}$ sıra kümesi

$L = \{1, 2, \dots, m\}$ hat kümesi

İndisler:

i ve $j \in N$ belirli bir işi göstermek için kullanılan indislerdir.

Kısıtlar:

$$C_j + M(1 - y_{j1l}) \geq r_j + p_j \quad \forall j \in N, \forall l \in L \quad (15)$$

$$\sum_j y_{j1l} \geq 1 \quad \forall l \in L \quad (16)$$

$$C_{\max} M_l \geq C_j - M(1 - y_{jkl}) \quad \forall j \in N, \forall k \in M, l \in L \quad (17)$$

$$\sum_{j \in N} y_{jkl} \leq 1 \quad \forall k \in M, \forall l \in L \quad (18)$$

$k \in M$ iş sırasını göstermek amacıyla kullanılan indistir.

$l \in L$ belirli bir hattı göstermek üzere kullanılan indistir.

Parametreler:

n : iş sayısı

m : hat sayısı

$h1$, $h2$: ilk vardiyada ve ikinci vardiyada çalışan hat sayısı

a : bir vardiyanın kapasitesi

p_j : j . işin işlem süresi

d_j : j işinin teslim zamanı

r_j : j işinin hazır olma zamanı

M : çok büyük pozitif sayı

w_1 ve w_2 : sırasıyla z_1 ve z_2 'nin ağırlığı

Karar Değişkenleri:

C_j : j . işin tamamlanma zamanı

C_{\max} : m hat içinden son işin tamamlanma zamanı en büyük olana eşittir.

$C_{\max} M_l$: l . hattaki son işin tamamlanma zamanı

T_j : j işinin gecikmesi $T_j = \text{enb}\{C_j - d_j, 0\}$

v_j : i işi tamamlandığında, j işinin hazır olması için

beklenmesi gereken süre $v_j = \text{enb}\{r_j - C_i, 0\}$

y_{jkl} : Eğer j . iş l . hatta k . sıraya çizelgelendiyse 1; diğer durumda 0 değerini alır.

Amaç fonksiyonları:

$$\text{enk } z_1 = C_{\max} \quad (12)$$

$$\text{enk } z_2 = \sum_{j=1}^n T_j \quad (13)$$

Birleştirilmiş amaç fonksiyonu:

$$\text{enk } w_1 z_1 + w_2 z_2 \quad (14)$$

$$\sum_{k \in N} \sum_{l \in M} y_{jkl} = 1 \quad \forall j \in N \quad (19)$$

$$v_j + M(2 - y_{jkl} - y_{ik-1l}) \geq r_j - C_i \quad \forall j \neq i, k > 1, i, j \in N, k \in M \quad (20)$$

$$C_j + M(2 - y_{jkl} - y_{ik-1l}) \geq C_i + p_j + v_j \quad \forall j \neq i, k > 1, i, j \in N, k \in M \quad (21)$$

$$C_{max} M_l \geq C_j + a - M(1 - y_{jkl}) \quad \forall j \in N, k \in M, l \in L, l > h1 \quad (22)$$

$$C_{max} M_l \geq C_j + 2a - M(1 - y_{jkl}) \quad \forall j \in N, k \in M, l \in L, l > h1 \text{ ve } h2 \quad (23)$$

$$C_{max} \geq C_{max} M_l \quad \forall l \in L \quad (24)$$

$$T_j \geq C_j - d_j \quad \forall j \in N \quad (25)$$

$$\sum_{j \in N} y_{jkl} - \sum_{i \in N} y_{ik-1l} \leq 0 \quad \forall k, l, k > 1 \quad (26)$$

$$y_{jkl} \in \{0,1\} \quad \forall j \in N, k \in M, l \in L \quad (27)$$

$$C_j \geq 0 \quad \forall j \in N \quad (28)$$

$$C_{max} \geq 0 \quad (29)$$

$$T_j \geq 0 \quad \forall j \in N \quad (30)$$

$$v_j \geq 0 \quad \forall j \in N \quad (31)$$

Modelin iki amacı vardır. (12) numaralı amaç fonksiyonu (z_1), tüm işlerin tamamlanma zamanları içinden en büyüğüne eşit olan C_{max} 'in en küçüklüklenmesini ifade etmektedir. (13) nolu fonksiyon ile gösterilen ikinci amaç (z_2) ise, toplam gecikmeyi en küçükleme. Birleştirilmiş amaç fonksiyonu ise (14)'te verilmiştir. (15) numaralı kısıt, makinelerin herhangi birine atanan ilk işin tamamlanma zamanının, en az işlem süresi ve hazır olma süresi toplamı kadar olması gerektiğini ifade etmektedir. (16) numaralı kısıt, her makinenin ilk sırasına iş atanmasını sağlamaktadır. Kısıt (17) ise bir makineye atanan işlerin tamamlanma zamanlarını hesaplamaktadır. (18) ve (19) numaralı

kısıtlar, sırasıyla her makinedeki her sıraya en fazla bir iş atanmasını ve her işin bir makinedeki herhangi bir sıraya atanmasını garanti eden kısıtlardır. Ardı sıra gelen işlerden sonrakinin hazır olması için kalan süreyi hesaplamakta kısıt (20) kullanılmıştır. Bu süreyle birlikte işlem süresi ve önceki işin tamamlanma zamanı toplamının, sonraki işin tamamlanma zamanına eşit veya büyük olmasını sağlayan kısıt (21)'dir. Kısıt (22) ve (23), ilk defa ikinci vardiyada ya da üçüncü vardiyada devreye giren bir hat var ise daha önceki vardiyaların sürelerinin dikkate alınmasını sağlamaktadır. Kısıt (24), C_{max} değerinin, tüm hatlar içerisinde en son üretimi biten işin tamamlanma zamanına eşit

olacak şekilde hesaplanmasını sağlamaktadır. Kısıt (25), j işinin gecikmesini hesaplamaktadır. Kısıt (26), işlerin sıra atlamadan sıralanmasını sağlayan kısıttır. (27)-(31) numaralı kısıtlar ise karar değişkenlerinin işaret kısıtlarıdır.

3. DENEYSEL SONUÇLAR

Bu bölümde öncelikle iki küçük örnek problem üzerinde her iki modelin GAMS/Cplex ile çözümleri gösterilmiştir. Daha sonra her iki model işletmenin gerçek verileri kullanılarak yine GAMS/Cplex ile çözülmüş ve elde edilen sonuçlar işletmenin mevcut çizelgesiyle karşılaştırılmıştır.

3.1 Örnek Problem Çözümleri

İlk örnek problem (Örnek 1) tek hat çizelgeleme problemidir. Bu problemde üç iş olduğu kabul edilmiş ve ilgili parametre değerleri Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1'de verilen parametre değerleri kullanılarak elde edilen çözümde üçüncü iş ilk sıraya ikinci iş ikinci sıraya ve birinci iş de son sıraya atanmıştır. Toplam en küçük gecikme 18 dakika olarak bulunmuştur. Makede hazır olma zamanlarından kaynaklanan bir

atıl kapasite söz konusudur. Bulunan çözümün Gantt Şeması Şekil 2'de verilmiştir.

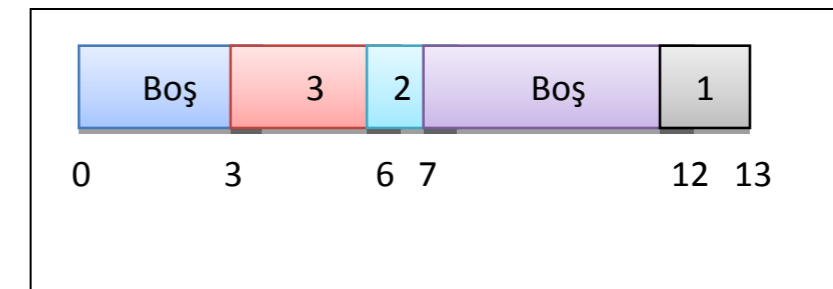
İkinci örnek problemde (Örnek 2) iki paralel hattın mevcut olduğu kabul edilmiştir. Bu problemde iki vardiyada işlem görecektir toplam dört iş vardır. İlk vardiyada iki, ikinci vardiyada tek hat çalışmış ve bu hatların kapasitelerinin 11 dakika olduğu kabul edilmiştir. Probleme ait diğer veriler Tablo 2'de verilmiştir.

($w_1=0,25$, $w_2=0,75$) için elde edilen çözümün Gantt Şeması Tablo 3'teki gibidir:

Şekil 3'ten de görülebileceği gibi ikinci hat ikinci vardiyada çalışmadığından bu hata ilgili vardiyada iş atanmamıştır.

Tablo 1. Örnek 1'in Verileri

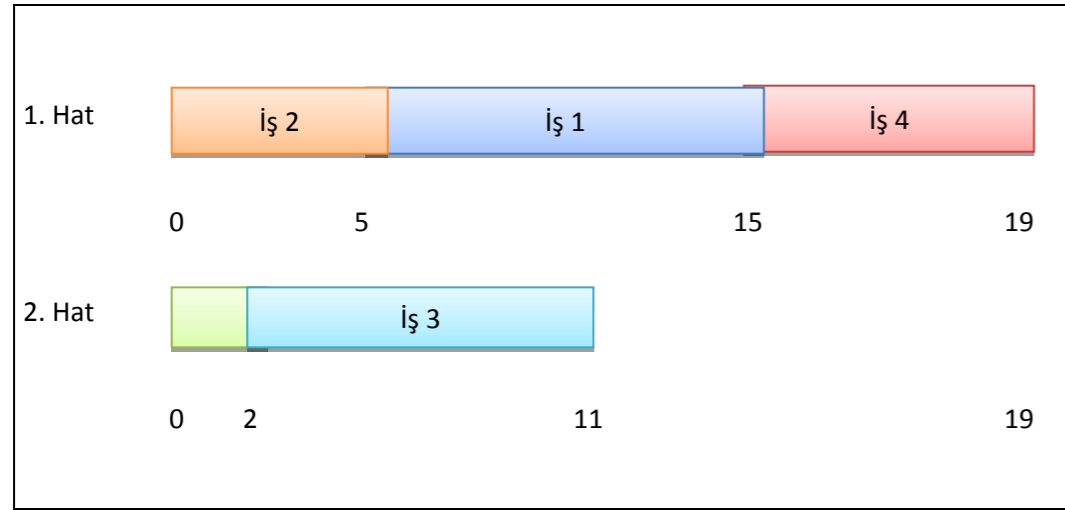
İş	İşlem Süresi(dk)	Hazır Olma Zamanı(dk)	Teslim Zamanı
1	1	12	2
2	1	6	3
3	3	3	3



Şekil 2. Örnek 1 için Gantt Şeması

Tablo 2. Örnek 2'nin Verileri

İş	İşlem Süresi(dk.)	Hazır Olma Zamanı(dk)	Teslim Zamanı(dk)
1	10	5	13
2	5	0	6
3	9	2	9
4	4	15	18



Şekil 3. Örnek 2 İçin Gantt Şeması

3.2 Tek Hat Çizelgeleme Probleminin Çözümü

Tek hat olarak ele alınan montaj hattında belli ürünlerin üretimi yapılmaktadır. Bu ürünlerin çoğunun işlem süresi büyüktür. Bu sebeple, normalde planlama periyodu bir gün olmasına rağmen, önerilen modelin gerçek verilerle çözümü yapılırken bu süre beş gün olarak alınmıştır. İlgili tarih aralığında işletme tarafından yapılan çizelge ve gerçekleşen gecikme süreleri Tablo 3'te verilmiştir. Tablonun ilk sütununda yer alan iş numarası aynı zamanda iş sırası anlamına gelmektedir. Ayrıca çizelgeleme sırasında tüm işlerin enjeksiyon makinelerinde üretimleri tamamlanmış olduğundan işlerin hazır olma zamanları 0'dır.

Tek hat çizelgeleme probleminin GAMS/Cplex çözücüsüyle elde edilen çözüm sonuçları ise Tablo 4'te verilmiştir. Amaç fonksiyonu değeri 9146600 saniye olarak bulunmuştur. Yani, tüm işler toplamda yaklaşık 2540 saat gecikmiştir. İşletmenin oluşturduğu çizelgenin gecikme süresi ise 3603 saat olarak gerçekleşmiştir. Sonuçlar incelendiğinde, %30 civarında bir iyileşme sağlandığı görülmektedir.

3.3 Paralel Hat Çizelgeleme Probleminin Çözümü

Paralel hat çizelgeleme problemi için 18 Mart 2011 tarihine ait vardiya bir ve vardiya ikideki veriler kulla-

nılmıştır. İşletme ilgili günde birinci vardiyada 12, ikinci vardiyada dokuz operatörle çalışmıştır. İşler ve üretim süreleri saniye cinsinden Tablo 5'te verilmiştir. İşlerin hazır olma zamanları 0'dır. Tablo 5'te verilen iş sırası işletmenin elle oluşturduğu çizelgedir ve bu çizelgeye ait gerçekleşen toplam gecikme süresi 18884 saniye ve en büyük tamamlanma zamanı ise 50328'dir.

Paralel montaj hattı çizelgeleme probleminde amaç; tamamlanma zamanı en büyük işin tamamlanma zamanının ve toplam gecikmenin en küçüklenmesine yöneliktir. Fabrikanın siparişleri zamanında yetiştirmesi daha büyük bir öncelik taşıdığından toplam gecikmenin en küçüklenmesi amacı (z_2) $w_2=0.75$, son işin tamamlanma zamanının en küçüklenmesi amacı (z_1) ise $w_1=0.25$ oranında ağırlıklandırılmıştır. Tablo 6'da paralel makine çizelgeleme problemi için GAMS/Cplex çözücüsüyle elde edilen çizelge verilmiştir. Bu çizelgeyle elde edilen birleştirilmiş amaç fonksiyonu değeri 12477 saniyedir. Toplam gecikme değeri 2548 ve en büyük tamamlanma zamanı 42264 olarak elde edilmiştir. Ayrıca beklendiği üzere, 10., 11., ve 12. hatlara birinci vardiyanın kapasitesinden fazla iş atanmamıştır.

GAMS/Cplex çözücüsüyle elde edilen çözümün Gantt Şeması Şekil 4'te verilmiştir. İşletmenin elle yaptığı çizelge ile karşılaştırıldığında önerilen model

Tablo 3. Tek Montaj Hattı İçin İşletme Tarafından Yapılan Çizelge

İş	Vardiya	İşlem süresi (sn)	Teslim Zamanı	Gecikme Süresi(sn)
1	V2	140400	17000	123400
2	V3	21000	23900	137500
3	V3	24000	57400	128000
4	V1	15000	6900	193500
5	V1	27600	2500	225500
6	V2	90000	78500	239500
7	V3	27000	9800	335200
8	V1	3600	1000	347600
9	V1	27600	24000	352200
10	V1	27600	150000	253800
11	V3	20400	32900	391300
12	V3	27600	28400	423400
13	V3	19200	42800	428200
14	V3	18000	208000	281000
15	V1	14400	48060	455340
16	V1	12000	4500	510900
17	V1	27750	32000	511150
18	V3	60000	24000	579150
19	V3	22560	520800	104910
20	V1	27600	678300	0
21	V2	4800	45000	613110
22	V2	12400	5600	664910
23	V3	10000	69000	611510
24	V1	26400	84000	622910
25	V1	27600	38000	696510
26	V2	21000	92500	663010
27	V2	15000	4000	766510
28	V2	18900	320000	469410
29	V3	6300	80000	715710
30	V3	18900	249000	565610
31	V3	3150	254500	563260

Tablo 4. GAMS/Cplex ile Elde Edilen Çizelge

İş	Sıra	İşlem süresi	Teslim Zamanı	Gecikme Süresi(sn)
1	28	140400	17000	751760
2	22	21000	23900	476500
3	30	24000	57400	750360
4	29	15000	6900	776860
5	7	27600	2500	148250
6	9	90000	78500	165850
7	19	27000	9800	427600
8	8	3600	1000	153350
9	5	27600	24000	71550
10	14	27600	150000	183600
11	13	20400	32900	273100
12	6	27600	28400	94750
13	10	19200	42800	220750
14	17	18000	208000	176000
15	21	14400	48060	431340
16	24	12000	4500	528900
17	1	27750	32000	0
18	25	60000	24000	569400
19	26	22560	520800	95160
20	20	27600	678300	0
21	15	4800	45000	293400
22	27	12400	5600	622760
23	31	10000	69000	748760
24	18	26400	84000	326400
25	16	27600	38000	328000
26	23	21000	92500	428900
27	2	15000	4000	38750
28	4	18900	320000	0
29	3	6300	80000	0
30	11	18900	249000	33450
31	12	3150	254500	31100

Tablo 5. Paralel Montaj Hattı İçin İşletme Tarafından Yapılan Çizelge

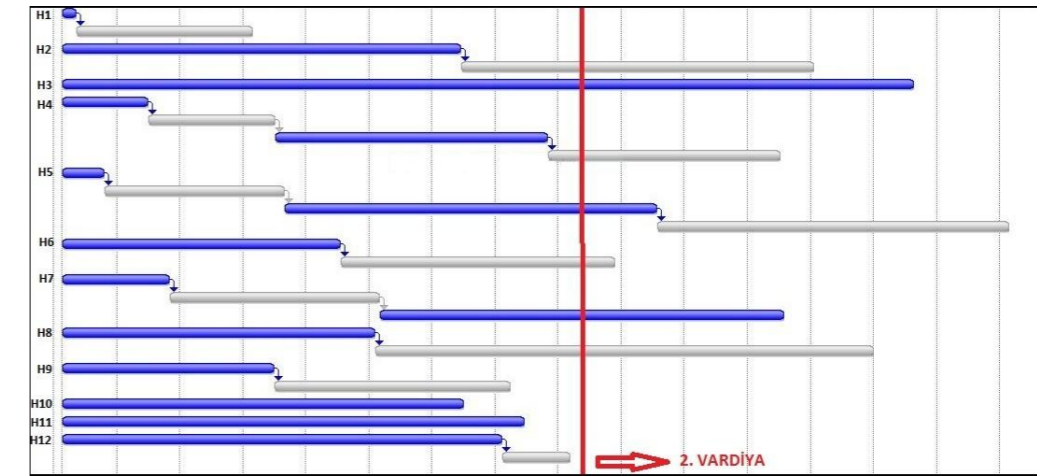
Vardiya	İşler	Hat	Sıra	Üretim Süresi(sn)	Teslim Zamanı	Tamamlanma Zamanı	Gecikme Süresi(sn)
1	1	1	1	13644	40000	13644	0
1	2	2	1	42264	40000	42264	2264
1	3	3	1	19800	40000	19800	0
1	4	4	1	18468	40000	18468	0
1	5	5	1	10537	26280	10537	0
1	6	5	2	8975	40000	19512	0
1	7	6	1	10440	40000	10440	0
1	8	6	2	11556	40000	21996	0
1	9	7	1	5324	26280	5324	0
1	10	7	2	11704	40000	17028	0
1	11	8	1	13500	40000	13500	0
1	12	9	1	2088	40000	2088	0
1	13	10	1	8715	26280	8715	0
1	14	10	2	3381	40000	12096	0
1	15	11	1	24768	40000	24768	0
1	16	12	1	21852	26280	21852	0
2	17	1	2	17496	40000	31140	0
2	18	2	2	8064	40000	50328	10328
2	19	3	2	15516	40000	35316	0
2	20	4	2	22968	40000	41436	1436
2	21	5	3	19944	40000	39456	0
2	22	8	2	13824	40000	27324	0
2	23	9	2	4248	40000	6336	0
2	24	10	3	720	40000	12816	0
2	25	10	4	6336	40000	19152	0
2	26	11	2	20088	40000	44856	4856

Tablo 6. GAMS/CPLEX ile Elde Edilen Çizelge

İşler	Hat	Sıra	Üretim Süresi(sn)	Teslim Zamanı	Tamamlanma Zamanı	Gecikme Süresi(sn)
1	6	2	13644	40000	27468	0
2	3	1	42264	40000	42264	2264
3	2	1	19800	40000	19800	0
4	5	3	18468	40000	29531	0
5	9	1	10537	26280	10537	0
6	5	2	8975	40000	11063	0
7	7	2	10440	40000	15764	0
8	4	4	11556	40000	35640	0
9	7	1	5324	26280	5324	0
10	9	2	11704	40000	22241	0
11	4	3	13500	40000	24084	0
12	5	1	2088	40000	2088	0
13	1	2	8715	26280	9435	0
14	12	2	3381	40000	25233	0
15	8	2	24768	40000	40284	284
16	12	1	21852	26280	21852	0
17	5	4	17496	40000	37595	0
18	8	1	15516	40000	15516	0
19	11	1	22968	40000	22968	0
20	10	1	19944	40000	19944	0
21	2	2	17496	40000	37296	0
22	6	1	13824	40000	13824	0
23	4	1	4248	40000	4248	0
24	1	1	720	40000	720	0
25	4	2	6336	40000	10584	0
26	7	3	20088	40000	35852	0

ile gecikme süresinin yaklaşık %87 oranında azaltıldığı görülmektedir. Ayrıca tamamlanma zamanları göz

önünde bulundurulduğunda önerilen modelle 8064 saniyelik bir iyileştirme sağlanmıştır.

**Şekil 4.** Paralel Hat Çizelgeleme Probleminin Gantt Şeması

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, bir plastik işletmesinin montaj bölümündeki hatların çizelgenmesi problemi ele alınmıştır. İşletmede var olan montaj hatlarından birisinde sadece belli parçalar üretilebilmektedir. Bu hattın çizelgenmesi problemi, tek makine çizelgeleme problemi olarak, paralel çalışabilen diğer hatların çizelgenmesi problemi ise özdeş paralel makine çizelgeleme problemi olarak ele alınmıştır. Tek hat çizelgeleme probleminde amaç, işlerin toplam gecikmesinin en küçüklenmesidir. Paralel hatların çizelgenmesi probleminde ise toplam gecikmenin en küçüklenmesi amacının yanı sıra, tamamlanma zamanının en küçüklenmesi bir diğer amaçtır. Geliştirilen modeller, GAMS /Cplex çözücüsü kullanılarak çözülmüş ve önemli iyileştirmeler sağlanmıştır. Paralel hatlar için önerilen model, hatların vardiyalar bazında değişebilen kapasitelerini göz önünde bulundurabilmesi açısından da literatüre katkı sağlamıştır. Çalışmanın devamında, amaçların birleştirilmesinde klasik ağırlıklandırma yöntemi yerine farklı skalerleştirme teknikleri kullanılarak alternatif çözümlerin araştırılması önerilmektedir.

KAYNAKÇA

- Allahverdi, A., Ng, C.T., Cheng, T.C.E., Kovalyov, M.Y., 2008. "A Survey of Scheduling Problems With Setup Times Or Costs," European Journal of Operational Research, 187, 985-1032.
- Chang, P.C., Chen, S.H., Lin, K.L. 2005. "Two-phase Sub-

- population Genetic Algorithm for Paralel Machine Scheduling Problem" Expert syst Appl 29, 705-712.
- Chen, W.J. 2007. "An Efficient Algorithm for Scheduling Jobs on a Machine With Periodic Maintenance," Int J Adv Manuf Technol 34, 1173-1182.
- Demirel, T., Özkır, V., Demirel, N. Ç., Taşdelen, B., 2011. Proceedings of the World Congress on Engineering Vol II, July 6-8 2011 London U.K.
- Eren, T. 2008. "A bi-criteria Parallel Mmachine With a Learning Effect of Set Up and Removal Times. Appl Math Model (in press)
- Eren, T., Güner E. 2006. "A Bi-criteria Scheduling With Sequence-dependent Set up Times," Appl Math Comput 179, 378-385.
- French, S., 1982. Sequencing and Scheduling: An Introduction to the Mathematics of the Job Shop, John Wiley & Sons, New York.
- Haral, U., Chen, W.R., Ferrell, W.F.J., Kurz M.B., 2007. "Multiobjective Single Machine Scheduling With Non-traditional Requirements," Int J Prod Econ 106, 574-484.
- Kaplan, S., Rabadi, G., 2012. "Exact and Heuristic Algorithms for the Aerial Refueling Parallel Machine Scheduling Problem With Due Date-to-deadline Window and Ready Times," Computers & Industrial Engineering, Vol:62, February 2012, 276-285.
- Molaei, E., Moslehi, G., Reisi, M., 2010. "Minimizing Maximum Earliness and Number of Tardy Jobs in the Single Machine Scheduling Problem," Computers & Mathematics with Applications, Vol:60, December 2010, 2909-2919.
- Pinedo, M., 2002. Scheduling Theory, Algorithms, and Systems, Prentice Hall, New Jersey, U.S.A.
- Ranjbar, M., Davari, M., Leus, R., 2012. "Two Branch-and-bound Algorithms for the Robust Parallel Machine Scheduling Problem," Computers & Operations Research Vol: 39 July 2012, 1652-1660.
- Siouda, A., Gravela, M., Gagne, C., 2012. "A hybrid Genetic Algorithm for the Single Machine Scheduling Problem With Sequence-dependent Setup Times," Computers & Operations Research, Vol 39, October 2012, 2415-2424.