

# SANDVIÇ KOMPOZİT PLAKANIN UNİFORM YÜK ALTINDA DEFORMASYONUN ANALİTİK VE SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE HESAPLANMASI

**Tamer ÖZBEN\***

*Dicle Üniversitesi*

*Müh.Mim. Fakültesi Makine*

*Mühendisliği Bölümü, Diyarbakır*

*e-mail: tamoz@dicle.edu.tr*

## ÖZET

Bu çalışmada çekirdek bölümü çelik, yüzey örtüsü ise farklı kompozit plaklardan oluşan sandviç kompozit panelin düşey yük altındaki çökme miktarları hesaplanmıştır. Farklı plaka boyut oranları ( $L_x/L_y=0.375, 0.500, 0.625$ ) ve farklı sınır şartları için sandviç plakanın çökme miktarı incelenmiştir. Farklı elastik modülüne ve yüzey örtüsü kalınlıklarına ( $t_f= 0.002, 0.0025$  ve  $0.0030$  mm) sahip kompozit panelin çökme miktarı analitik ve sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Sandviç kompozit, çökme, sonlu elemanlar metodu.

## Prediction to Deflection of Sandwich Composite Plate Under the Uniform Loads By Using Analytic and FE Method

## ABSTRACT

In this work, deflection was calculated for sandwich composite panel with steel core and composite facesheets in in-plane loading. Investigation on sandwich panel deflection for different plate dimension ratios ( $L_x/L_y= 0.375, 0.500, 0.625$ ) and boundary condition was made. For different elastic modulus and thicknesses of face sheets ( $t_f= 0.002, 0.0025$  ve  $0.0030$  mm) collapse was obtained by using analytic and finite element method, and results were compared.

**Keywords :** Sandwich composite, deflection, finite element method.

\* İletişim yazarı

Geliş tarihi : 06.11.2009

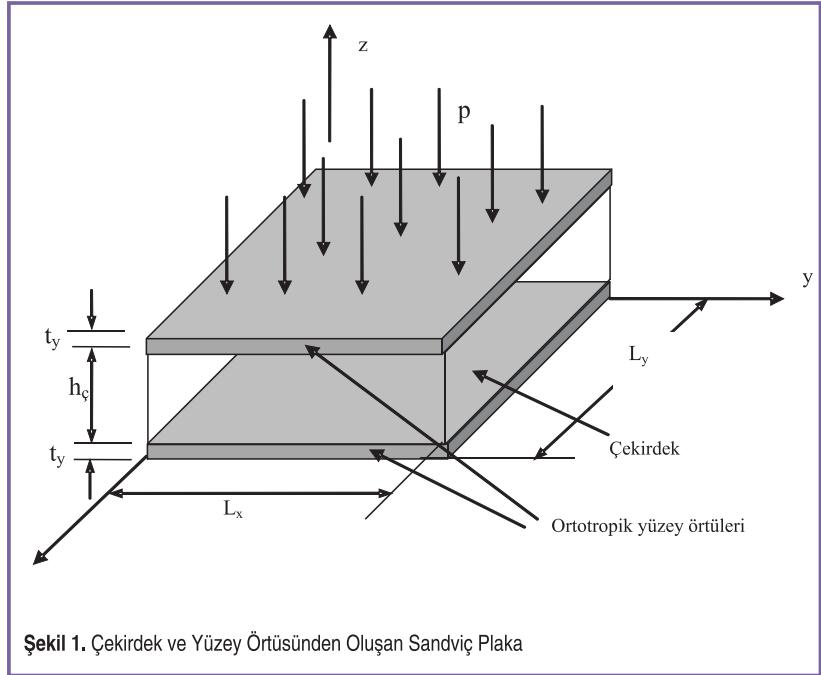
Kabul tarihi : 29.01.2010

## GİRİŞ

Sandviç kompozit plakaların kullanımı üretim ve onarım kolaylığı, ağırlık avantajı, tasarım değişkenlerindeki esneklik sebebiyle dayanımlarının geliştirilebilmesi gibi etkenlerin göz önüne alınması ile kullanımı geniş alana yayılmaktadır. Araştırmacılar yüzey örtüsü kalınlığı, sandviç kompozitin rijitliğinde önemli rol oynadığı için, özellikle yüzey örtüsü/plaka kalınlığı oranının çok küçük olmaması gerektiğini belirtmişlerdir (1). Yüzey örtüsü ile çekirdek arasında bağın dayanımının karmaşık olmasını ve plakaların sınır şartlarının tercih edilmesini incelemiştir (2). Sandviç kompozit plakanın enerji absorpsiyonundan yararlanılarak deformasyon miktarının güvenli bir şekilde hesaplanabileceğini, ileri sürmüşlerdir (3). Hekzagonal ve dikdörtgen plakalı sandviç kompozitin bağıl yoğunluk ve düşey yüklemelerde deformasyonun tahmini yapılmıştır (4). Hekzagonal plakalı sandviç kompozitin düzlemsel ve tek eksenli yükleme altında sonlu elemanlar metodu ile analizi gerçekleştirilmiştir (5). Qin ve Ark., metalik bir sandviç kompozitin çekirdek dayanımının özellikle yük miktarı ve sınır şartlarının etkisini araştırmışlardır (6). Sandviç bir kirişin yüzey örtüsünde ve çekirdekte meydana gelen kayma modlarını sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak incelemiştir (7). Dafedar ve Ark., sandviç plakanın denge hali için gerekli analizleri minimum potansiyel enerji formülasyonları ile analitik olarak hesaplamaya çalışmışlardır (8). Russo(9), sandviç bir yapının farklı basma, çekme ve kayma yüklemeler nonlineer davranışını incelemiştir. Şahin (10) kompozit ve sandviç kirişlerdeki yapısal hasarın şiddetinin yapay sınır ağları ile tahmininde etkin bir parametre olarak kullanılabileceğini ileri sürmüştür. Kompozit sandviç plakanın eğilme davranışı incelemesinde sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen sonuçların, deneysel olarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldığında oldukça uyumlu olduğunu ileri sürmüşlerdir (11). İki farklı sonlu eleman modeli kullanarak sandviç kompozitin, düzlemsel ve düzlemsel olmayan reaksiyon kuvvetlerin karşılaştırılması yapılmıştır (12).

## ANALİTİK YÖNTEM

Şekil 1 de gösterildiği gibi boyutlar  $L_x$  ve  $L_y$  olan dikdörtgen sandviç kompozit panel üniform düşey olarak yüklenmiştir. Panelin her bir kenarı ankastre ve basit mesnetli sınır şartları için yükleme durumundaki çökmeler enerji metodu kullanılarak hesaplanmıştır. Sandviç plakanın kalınlığının hiç değişmediği kabul edilen bu yöntemde ( $\epsilon_z=0$ ) dir (13).



Şekil 1. Çekirdek ve Yüzey Örtüsünden Oluşan Sandviç Plaka

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_{-h}^{h} (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{xz} \gamma_{xz} + \tau_{yz} \gamma_{yz}) dz dy dx \quad (1)$$

Düşey yüklemede çekirdek kalınlığı sabit kabulünden ve hesaba katılmadığı dikkate alındığında, sandviç plakanın rijitliği yüzey örtülerinin rijitlik matrisleri [A], [B] ve [D] kullanılarak hesaplanmaktadır.  $[A]^u$ ,  $[B]^u$ ,  $[D]^u$  ve  $[A]^a$ ,  $[B]^a$ ,  $[D]^a$  sırasıyla üst ve alt bir yüzey örtüsünün rijitlik matrisleridir. Simetrik bir sandviç plaka diziliminde sandviç plakanın rijitlik matrisleri aşağıdaki gibi yazılabilir (13):

$$\begin{aligned} [A] &= 2 [A]^u \\ [B] &= 0 \\ [D] &= \frac{1}{2} d^2 [A]^u + 2 [D]^u \end{aligned} \quad (2)$$

burada A; uzama rijitlik matrisi, B; birleşme rijitlik matrisi, D; eğilme rijitlik matrisidir.

Ayrıca  $d = \frac{t_y}{2} + h_{\text{ç}} + \frac{t_y}{2}$  olarak yazılabilir.

Yüzey örtülerinde kayma kuvveti;

$$V_x = \int_{-h}^{h} \tau_{xz} dz = \tau_{xz}^c c + \tau_{xz}^c \frac{t^u}{2} + \tau_{xz}^c \frac{t^a}{2} = \tau_{xz}^c d \quad (3)$$

$$V_y = \tau_{yz}^c d \quad (4)$$

Burada  $t^u$   $t^a$  sırasıyla üst ve alt yüzeyleri,  $\tau_{xz}^c$  çelik için kayma gerilmesini göstermektedir. Ayrıca  $c=d+t_y$  olarak dikkate

alınmıştır. Çekirdek malzemesinin gerilim-gerinim bağıntısı aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xz}^c \\ \tau_{yz}^c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{55}^c & C_{45}^c \\ C_{45}^c & C_{44}^c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^c \\ \gamma_{yz}^c \end{Bmatrix} \quad (5)$$

burada  $C_{ij}^c$  sandviç kompozitin çekirdek malzemesinin rijitlik matrisidir. Sandviç bir plakanın ortalama kayma deformasyonu aşağıdaki ilişki ile yazılabilir:

$$\gamma_{xz}^c = \frac{d}{c} \gamma_{xz}, \quad \gamma_{yz}^c = \frac{d}{c} \gamma_{yz} \quad (6)$$

sandviç plakanın kayma rijitlik matrisi aşağıdaki gibi yazılabilir (13).

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} = \frac{d^2}{h_c} \begin{bmatrix} C_{55}^c & C_{45}^c \\ C_{45}^c & C_{44}^c \end{bmatrix} \quad (7)$$

Sandviç plakanın maksimum çökmesi basit mesnetli için (13);

$$\omega = \frac{5}{384} \frac{pL_x^4}{D_{11}} + \frac{pL_x^2}{8S_{11}} \quad (8)$$

Sandviç plakanın maksimum çökmesi ankastre mesnetli için;

$$\omega = \frac{1}{384} \frac{pL_x^4}{D_{11}} + \frac{pL_x^2}{8S_{11}} \quad (9)$$

$S_{ij}$  gevşeklik matrisi olup bileşenleri aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$S_{11}=1/E_1, S_{12}=V_{12}/E_1, S_{22}=1/E_2 \text{ ve } S_{66}=1/G_{12} \quad (10)$$

## SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

Problemin lineer çözümü için Ansys paket programından yararlanılmış ve Solid95 elemanı kullanılmıştır. (0.3x0.8), (0.4x0.8), (0.5x0.8) m boyutlarında dikdörtgen plakalı sandviç kompozit üniform yüklemeye dolaylı çökmesini hesaplanması için 1575 eleman ve 7680 düğüm noktası kullanılmıştır. Sandviç kompozit plakanın çekirdek kısmını oluşturan izotropik malzeme çelik olarak seçilmiştir. Plakanın yüzey örtüsünü oluşturan ortotropik malzeme olarak üç farklı kompozit seçilmiştir (Tablo 1).

Tablo 2'de  $p=1000$  kPa ve basit mesnetli sınır şartı için farklı plaka boyut oranları ( $L_x/L_y$ ), farklı yüzey örtüsü malzeme ve kalınlıkları için sandviç plakada meydana gelen çökmenin analitik ve sonlu elemanlar yöntemleri ile elde edilen sonuçları gösterilmektedir. Farklı plaka boyut oranları, her üç yüzey örtü malzemesi ve kalınlıkları için elde edilen çökme değerleri analitik ve ansys ile elde edilen çökme miktarları oldukça yakın elde edilmiştir. En büyük çökme değeri, elastik modülü

**Tablo 1.** Sandviç Kompozit Plakanın Yüzey Örtüsü İçin Kullanılan Kompozit Malzemelerin Mekanik Özellikleri

Malzeme	I (Boron Epoxy)	II (T-300-Epoxy)	III (Kevlar 49-Epoxy)
$E_1$ (Gpa)	207.00	138.00	76.00
$E_2$ (GPa)	19.00	10.00	5.50
$G_{12}$ (GPa)	6.40	6.50	2.10
$\nu_{12}$	0.21	0.21	0.34

**Tablo 2.** Basit Mesnetli İçin Plakadaki Maksimum Çökme

		Plakadaki Maksimum Çökme, mm					
	Lx/Ly	Analitik			ANSYS		
		2,0 mm	2,5 mm	3,0 mm	2,0 mm	2,5 mm	3,0 mm
Malzeme (I)	0,375	1,600	1,400	1,200	1,630	1,390	1,210
	0,500	4,400	3,600	3,100	4,440	3,616	3,070
	0,625	9,700	7,800	6,600	10,050	8,030	6,890
Malzeme (II)	0,375	2,200	1,800	1,600	2,160	1,780	1,510
	0,500	6,000	4,900	4,100	6,042	4,817	4,030
	0,625	13,800	10,900	9,000	13,800	10,940	9,000
Malzeme (III)	0,375	3,400	2,800	2,300	3,410	2,750	2,310
	0,500	10,000	7,900	6,500	10,000	7,830	6,520
	0,625	23,600	18,400	15,000	23,690	18,640	15,220

en düşük olan malzeme (III) de,  $L_x/L_y=0.625$  oranında ve  $t_y=2$  mm olan plakada analitik yöntemde 23.600 mm olarak elde edilirken, ansys de bu değer  $\omega=23.690$  mm olarak elde edilmiştir.

Tablo 3  $p=1000$  kPa ankastre mesnetli sınır şartı için farklı plaka boyut oranları ( $L_x/L_y$ ), farklı yüzey örtüsü malzeme ve kalınlıkları için sandviç plakada meydana gelen çökmenin analitik ve sonlu elemanlar yöntemleri ile elde edilen sonuçlarını göstermektedir. Benzer şekilde bu durumda da maksimum çökme aynı malzemede, plaka boyutu ve kalınlığında  $\omega=6.100$  mm olarak elde edilmiştir.

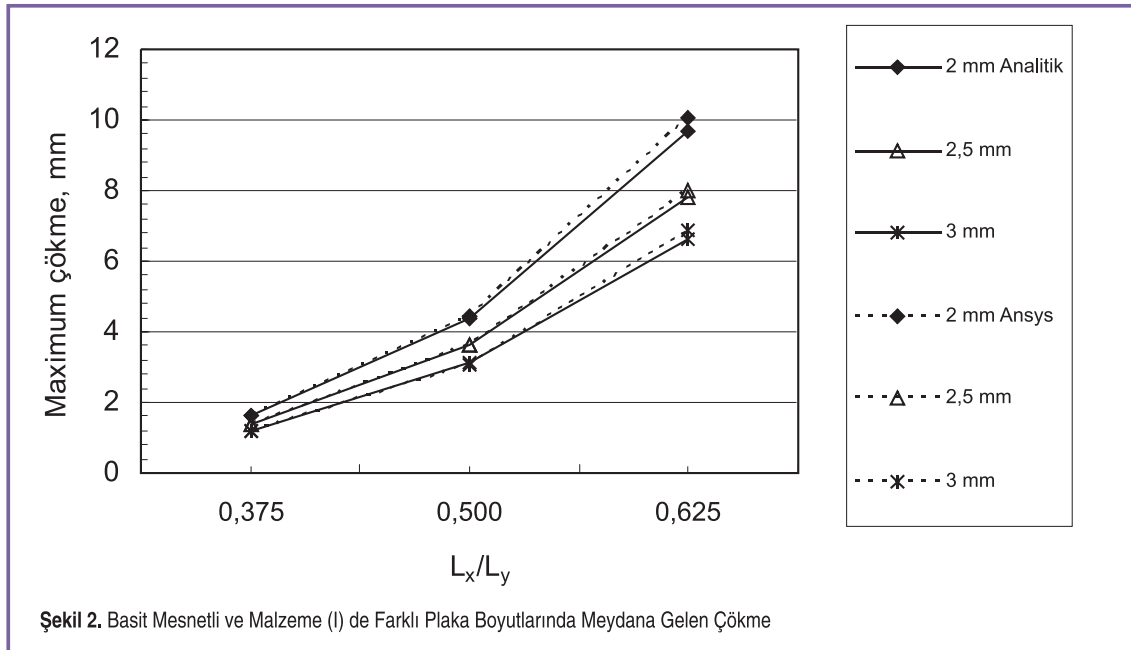
Şekil 2,3 ve 4 basit mesnetli ve malzeme (I), (II) ve (III) için

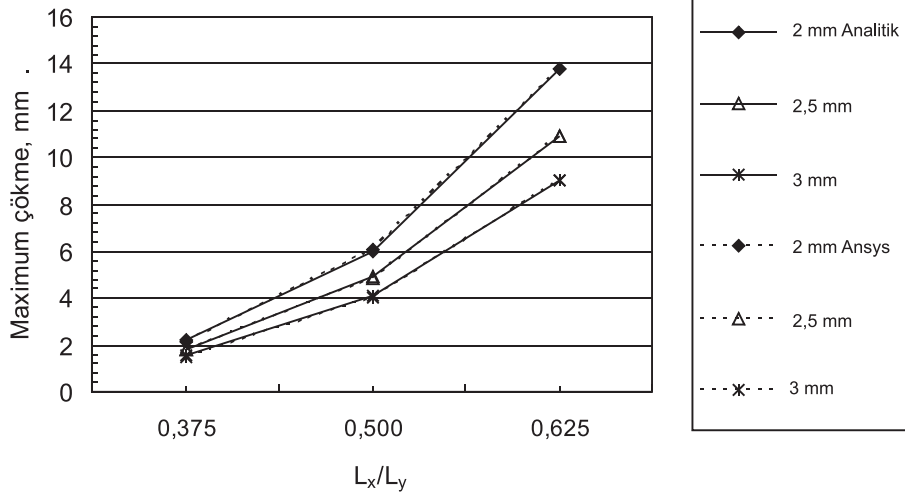
sandviç plakada meydana gelen çökmelerin analitik ve sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen sonuçları gösterilmektedir. Her üç malzeme için; plaka boyut oranı ( $L_x/L_y$ ) arttıkça çökme miktarı değişimi daha yüksek olmuştur. Bu değişim, hem analitik hem sonlu eleman yöntemi ile elde edilen sonuçlarla benzerlik göstermektedir.

Şekil 5,6 ve 7 ankastre mesnetli ve malzeme (I), (II) ve (III) için sandviç plakada meydana gelen çökmelerin analitik ve sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen sonuçları gösterilmektedir. Plaka boyut oranı ve yüzey örtü kalınlığına göre değişim eğrisi basit mesnetli ile aynı olmakla beraber, ankastre mesnetli durumda çökme değerleri basit mesnetliye göre daha az elde edilmiştir.

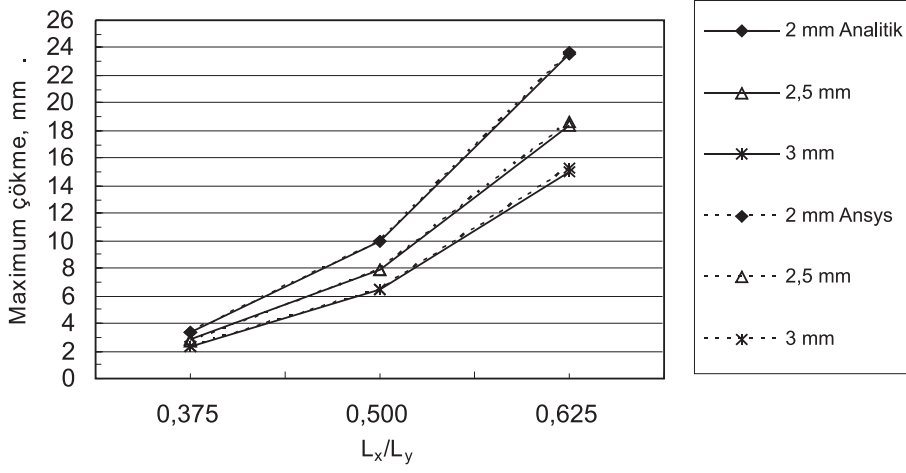
**Tablo 3.** Ankastre Mesnetli için Plakadaki Maksimum Çökme

	Plakadaki Maksimum Çökme, mm						
	$L_x/L_y$	Analitik			ANSYS		
		2,0 mm	2,5 mm	3,0 mm	2,0 mm	2,5 mm	3,0 mm
Malzeme (I)	0,375	0,8130	0,7310	0,6910	0,8060	0,7220	0,6570
	0,500	1,7000	1,5000	1,4000	1,7300	1,5130	1,3600
	0,625	3,3000	2,7000	2,4000	3,3470	2,8780	2,5400
Malzeme (II)	0,375	0,9170	0,7950	0,7350	0,9130	0,8070	0,7260
	0,500	2,1000	1,7000	1,5000	2,2060	1,7620	1,5680
	0,625	4,1000	3,2000	2,7000	4,1100	3,4720	3,0190
Malzeme (III)	0,375	1,2000	0,9420	0,8410	1,1830	1,0270	0,9140
	0,500	2,9000	2,2000	1,8000	2,8750	2,4050	2,1000
	0,625	6,1000	4,3000	3,5000	6,7520	5,0060	4,1270

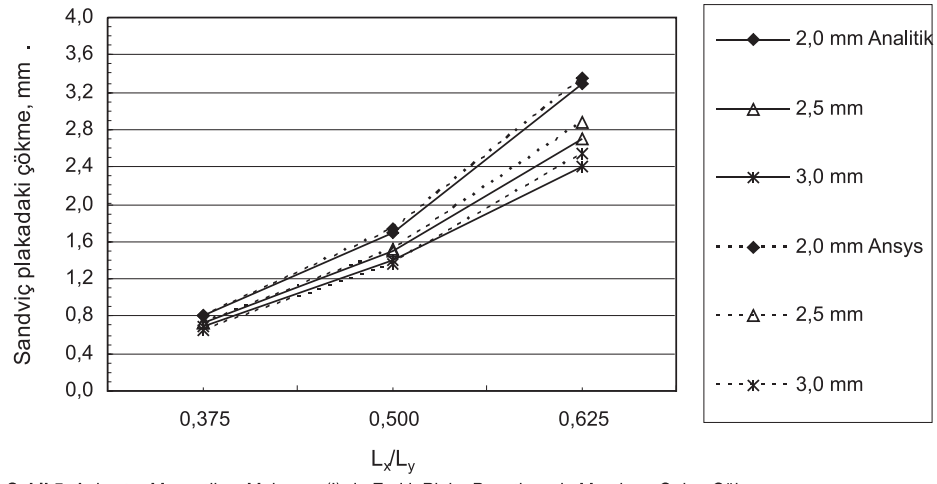




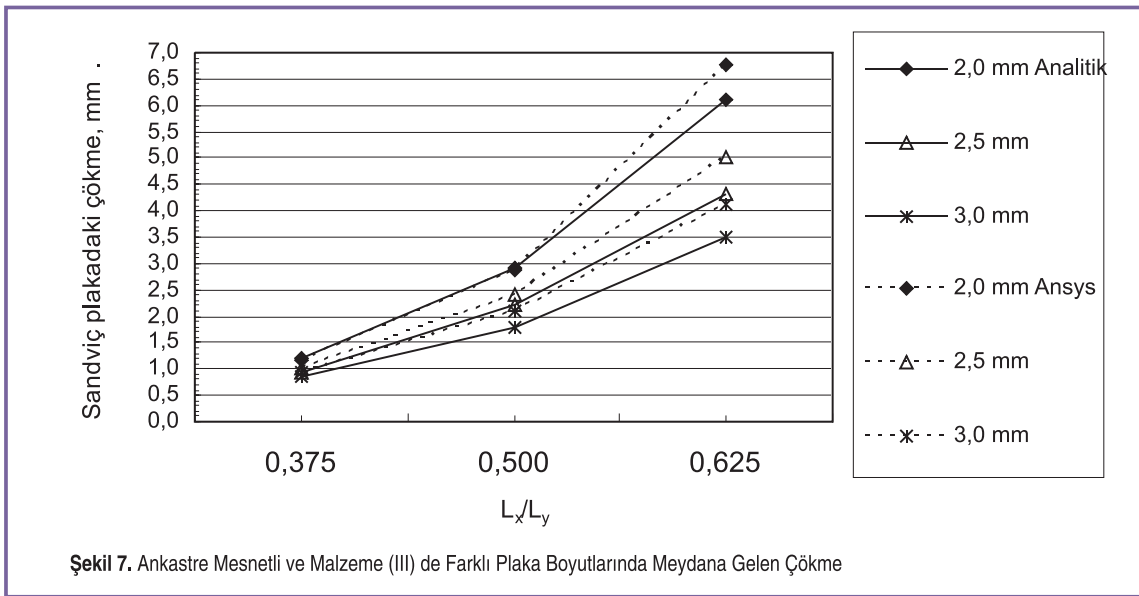
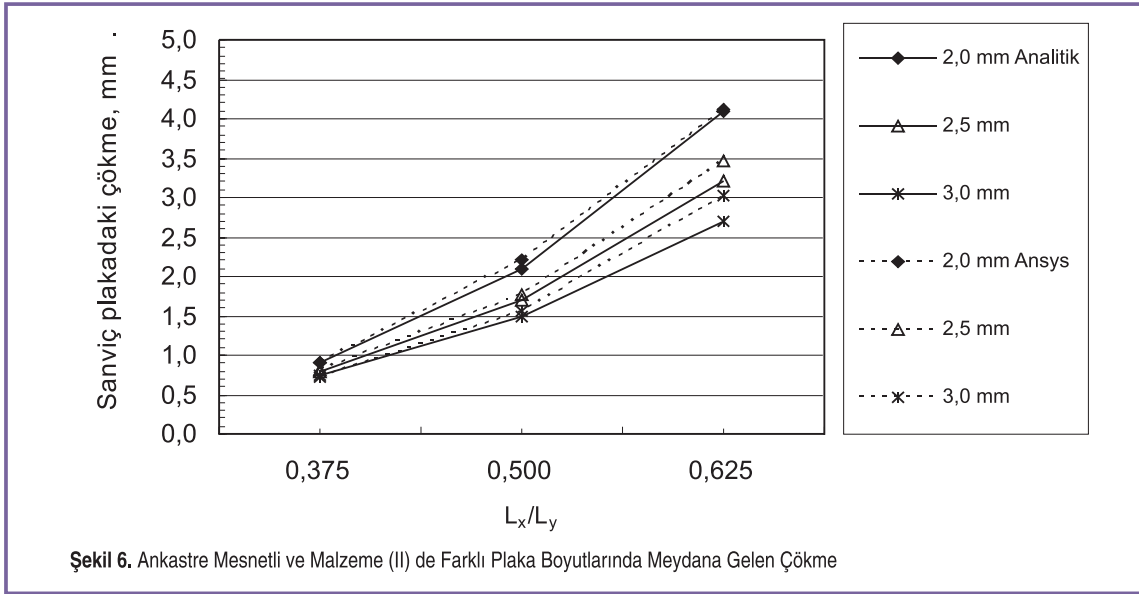
Şekil 3. Basit Mesnetli ve Malzeme (II) de Farklı Plaka Boyutlarında Meydana Gelen Çökme



Şekil 4. Basit Mesnetli ve Malzeme (III) de Farklı Plaka Boyutlarında Meydana Gelen Çökme

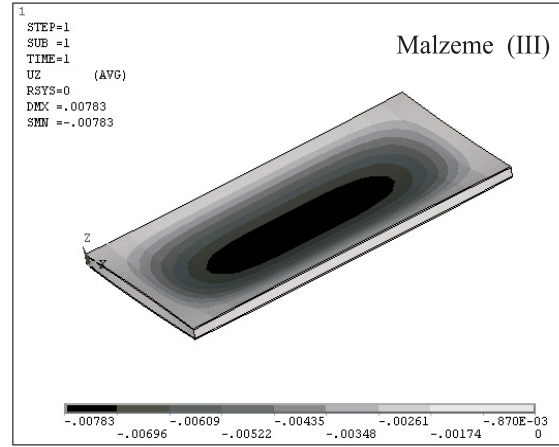
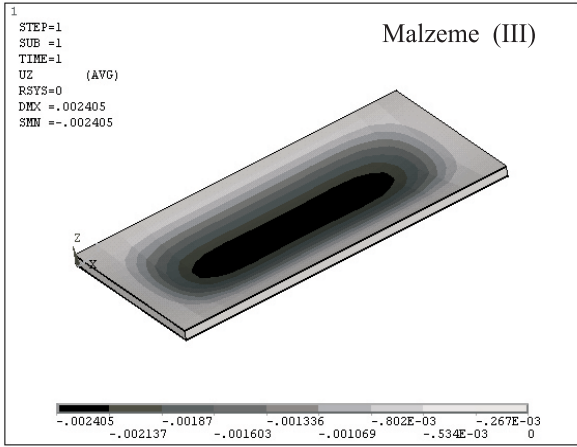
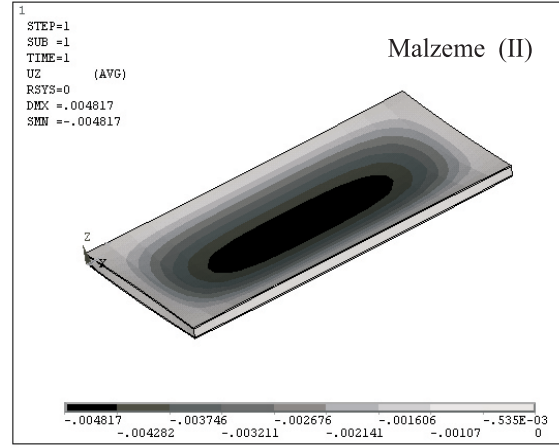
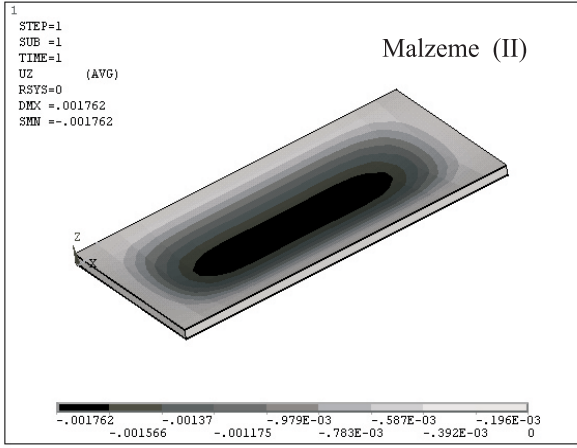
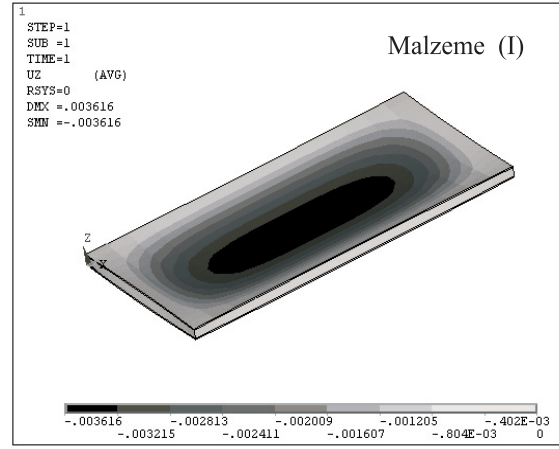
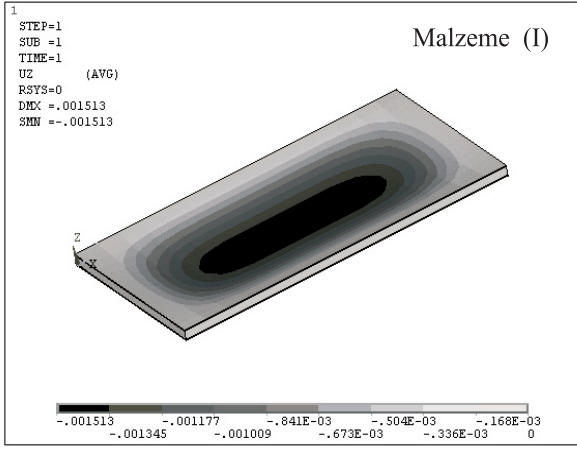


Şekil 5. Ankastre Mesnetli ve Malzeme (I) de Farklı Plaka Boyutlarında Meydana Gelen Çökme



Şekil 8 farklı malzemeler için 40x80 mm boyutlarında ve 0.0025 m yüzey örtü kalınlığına sahip sandviç plakada Ansys kullanılarak elde edilen çökmelerin şekil ve değerlerini göstermektedir. Beklenildiği gibi ankastre mesnetli plakadaki çökme, basit mesnetliye göre daha az olmuştur. Ankastre mesnetli durumda maksimum çökme, malzeme (III)'de ve  $\omega=0.002405$  m olarak elde edilmiştir. Basit mesnetli durumda da benzer şekilde maksimum çökme malzeme (III) de meydana gelmiş ve  $\omega=0.007830$  m olarak elde edilmiştir. Malzeme (I) ve (II) kayma modülleri ( $G_{12}$ ) ve poisson oranları ( $\nu_{12}$ ) yaklaşık değerlerde olmasına karşın her iki malzemedeki

çökmedeki farkı ankastre mesnette yaklaşık %15, basit mesnette ise yaklaşık % 30, malzeme (II) de daha fazla olmuştur. Bu farka sebep malzeme (II) in eksenel ve eksene dik yöndeki elastik modülünün daha düşük olmasının sebep olduğu ileri sürülebilir.  $E_1$  ve  $E_2$  değerleri daha düşük olarak seçilen malzeme (III) de bu değişim malzeme (II) de çok daha yüksek olmuştur. Malzeme (III) de kayma modülü ve poisson oranları arasındaki farklılıktan dolayı aynı şartlarda sandviç plakada malzeme (II) ye göre meydana gelen çökme, ankastre mesnetteki değişim yaklaşık %35, basit mesnetlide ise yaklaşık % 60 olmuştur.



(a)

(b)

Şekil 8. 40x80 mm Boyutlarında ve 0.0025 m Kalınlığında Farklı Malzemelerden Oluşan Ankastre (a) ve Basit (b) Mesnetli Sandviç Plakalardaki Çökme

## SONUÇ

Sandviç yapıli kompozit bir plakanın deformasyonunun hesaplanmasında kullanılan sonlu eleman yöntemi ile elde edilen çökmeyle, analitik hesaplamalarla elde edilen çökme değerleri uyum içindedir. Her iki mesnet durumunda da çökme miktarının, yüzey örtüsü kalınlığına ( $t_s$ ) ve plaka boyut oranına ( $L_x/L_y$ ) göre değişimi benzerdir. Ancak plaka boyut oranı ( $L_x/L_y$ ) arttıkça, çökme miktarındaki artış değişiminin şiddeti de artmaktadır. Farklı parametrelere göre hesaplanan çökme değerlerindeki değişim miktarı basit mesnetli, ankastre mesnetliye göre daha fazla olmaktadır. Sandviç bir plakada kayma modülü ve poisson oranının çökmeye olan etkisinin, elastik modül oranına etkisinden daha fazla olduğu görülmektedir.

## KAYNAKÇA

1. **Xu, X.F., Qiao P.** 2002. "Homogenized Elastic Properties Of Honeycomb Sandwich With Skin Effect", International J. Solids and Structures (39), 2153-2188.
2. **Liang, S. ve Chen H.L.** 2006. "Investigation on the Square Cell Honeycomb Structures Under Axial Loading", Composite Structures, 72, 446-454.
3. **Mohr D., Doyoyo M.** 2004. International Journal of Solids and Structures 41 44354456, Large Plastic Deformation of Metallic Honeycomb: Orthotropic Rate-independent Constitutive Model
4. **Balawi, S., Abot J.L.** 2008. "A Refined Model for the Effective in-plane Elastic Moduli of Hexagonal honeycombs", Composite Structures, 84, 47-58.
5. **Karagiozova, D., Yua T.X.** 2004. "Plastic Deformation Modes of Regular Hexagonal Honeycombs Under In-plane Biaxial Compression", International Journal of Mechanical Sciences, 46, 1489-1515.
6. **Qin, Q.H., Wang, T.J.** 2009. an Analytical Solution For The Large Deflections Of A Slender Svecich Beam With A Metallic Foam Core Under Transverse Loading By A Flat Punch. Composite Structures, 88, 509-518.
7. **Steeves, C.A., Fleck, N.A.** 2004. "Collapse Mechanisms Of Sandwich Beams With Composite Faces And A Foam Core Loaded In Three-point Bending. Part II: Experimental Investigation and Numerical Modeling, International Journal of Mechanical Sciences, 46, 585-608.
8. **Dafedar, J.B., Desai, Y.M., Mufti, A.A.** 2003. Stability of Sandwich Plates by Mixed, Higher-Order Analytical Formulation. International Journal of Solids and Structures, 40, 4501-4517.
9. **Russo, A., Zuccarello, B.** 2007. Experimental and Numerical Evaluation of the Mechanical Behaviour of GFRP Sandwich panels, Composite Structures, 81, 575-586,
10. **Sahin, M.,** Kompozit ve Sandviç Kirişlerdeki Hasar Siddetinin Titreşim Bazlı Analizler ve Yapay Sinir Ağları İle Tespiti, I. Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı uhuk-2006, 21-23 Eylül 2006, ODTÜ, Ankara
11. **Martin, C.W., Lung, S.F., Gupta, K.K.** 1989. "A Three NodeC" Element for Analysis of Laminated Composite Sandwich Shells", NASA Technical Memorandum, 4125
12. **Aydıncak, İ., Atlan, K.** 2009. "An Approach for the Evaluation of Effective Elastic Properties of Honeycomb Cores by Finite Element Analysis of Sandwich Panels", Journal of Sandwich Structures and Materials, 11, 385.
13. **Kollar, L.P.** Mechanics of Composites Structures 480 s. Cambridge University Press, USA.

*Daha Etkin Bir ODA için*  
*Üyelik Aidatlarımızı*  
**ÖDEYELİM**