

# FORSYTHE POLİNOMU YARDIMIYLA İLE ÖLÇÜ LOKMALARININ UZAMA KATSAYISININ SICAKLIKLA OLAN DEĞİŞİMİNİN BELİRLENMESİ

Yrd. Doç. Dr. Ahmet EKERİM\*, Dr Şakir BAYTAROĞLU\*\*

\*Yıldız Teknik Üniversitesi, \*\*NUROL Makina Ve Sanayi A.Ş.

## ÖZET

*Genellike, ölçü lokmalarının uzama katsayısı sıcaklığın bir lineer fonksiyonu olarak kabul edilir. Burada kastedilen, ölçü lokmasının uzama katsayısı ile sıcaklık arasında doğrusal bir bağıntının olmasıdır. Ölçümlerde, ölçü lokmalarının uzama katsayısının 15-25°C 'de sabit olması istenmektedir. Dolayısıyla ölçü lokmalarının kalibrasyonu gerçekleştirildiği 20°C'deki uzama katsayısının ve bunun belirsizlik değerinin yüksek doğrulukla bilinmesi gerekmektedir. Bu çalışmada, uzama katsayısı üzerindeki etkisi Forsythe polinomu kullanarak ölçü lokmalarının uzama katsayısının belirsizlik değeri belirlenmesi yöntemi incelenmiştir.*

## GİRİŞ

Literatürde, ölçü lokmalarının uzama katsayısı sıcaklığın bir lineer fonksiyonu olarak verilir. Ayrıca ölçü lokma setleri imalatçıları setler için malzeme yapısına uygun olarak bir tek uzama katsayısı değeri vermektedirler. Kalibrasyon işleminde ölçü lokmalarının 15°C -25°C'e aralığında uzama katsayısının sabit olması istenmektedir. Bu konuda yapılmış olan çalışmalarda uzama katsayısının sabit olmadığı ve sıcaklıkla değişim gösterdiği tespit edilmiştir. Dolayısıyla kalibrasyonun gerçekleştiği referans standart laboratuvar koşullarında uzama katsayısı ve buna bağlı belirsizlik değeri birincil ve ikinci seviye laboratuvarlarda yapılan kalibrasyonlar için yüksek doğrulukla bilinmesi gerekmektedir. Sıcaklığın etkisiyle ölçü lokmasında oluşan boyut değişimi aşağıdaki ifade ile gösterilmektedir;

$$\delta L = \delta L_0 + \alpha \delta L_0 \delta t$$

$\delta L$  ifadesinin fonksiyonu  $\delta t$  cinsinden 1. ci dereceden bir polinom olup  $\delta L$  ve  $\delta t$ 'nin istatistiksel analizi en küçük kareler metodu kullanılarak yapılmaktadır. Bu iki parametre yardımıyla ölçü lokmalarının uzama katsayısı  $\alpha$ 'yı ve üzerindeki belirsizliği değerini tahmin edilebilmektedir[1,2,3,4,10].

## FORSYTHE POLİNOMU

Forsythe polinomu,

$$\sum P_j(x_i)P_k(x_i) = 0$$

şeklinde  $j$  derecede bir polinom olsun ve  $P_j(x)$  polinomları tüm deney sonuçları  $y_i$  ve  $x_i$  noktalarında  $j \neq k$  olmak üzere olmak üzere ortogonalite şartını sağlayan durulara bakıldığında  $\delta t$  sıcaklık değişimine göre  $\delta L$  boyut değişimi bir matris olarak yazılabilir.  $B$  matrisi yardımıyla bu polinomun  $\phi_j$  katsayıları ve varyansını;

$$\Phi_j = (B^T B)^{-1} B^T \delta$$

$$V(\Phi) = \sigma^2 (B^T B)^{-1}$$

ifadeleri yardımıyla hesap edilebilir. Bu matrisyel ifadeleri en küçük kareler yöntemi kullanarak  $\delta t$  ve  $\delta l$  cinsinden ifade edersek;

$$\Phi_j = \frac{\sum \delta_i P_j(\delta_i)}{\sum P_j^2 \delta_i}$$

$$V(\Phi) = \frac{\sigma^2}{\sum P_j^2(\delta_i)} \text{ bulunur.}$$

Forsythe metoduna en küçük kareler yöntemi kullanarak ortogonal polinomları oluşturulduğunda;

$$P_0(\delta_i) = 1$$

$$P_1(\delta) = (\delta_1 - \alpha_1)P_0(\delta)$$

$$P_2(\delta) = (\delta_2 - \alpha_2)P_1(\delta) - \beta_2 P_0(\delta)$$

$$P_k(\delta) = (\delta_k - \alpha_k)P_{k-1}(\delta) - \beta_k P_{k-2}(\delta) \text{ ifadeleri elde edilir.}$$

$\alpha_k$  ve  $\beta_k$  katsayılarının değerleri ise;

$$\alpha_{j+1} = \frac{\sum x_i [P_j(\delta_i)]^2}{\sum [P_j(\delta_i)]^2}$$

$$\beta_{j+1} = \frac{\sum [P_j(\delta_i)]^2}{\sum [P_{j-1}(\delta_i)]^2} \text{ olarak ifade edilir.}$$

Deneysel olarak tespit edilen  $\delta l$  ve  $\delta l$  ikilisinin yardımıyla  $\alpha_i, \beta_i, \Phi_i$  katsayıları hesap edilebilir.  $\delta l$  ifadesini Forsythe polinomuna uygun olarak yazıldığında ;

$$\delta l = \Phi_0 P_0(\delta) + \Phi_1 P_1(\delta) = \Phi_0 - \alpha_1 \Phi_1 + \Phi_1 \delta$$

burada;

$$P_0(\delta) = 1 \text{ ve}$$

$$P_1(\delta) = \delta - \alpha_1 \text{ olarak alınmıştır. } \delta l \text{ 'in başlangıç ifadesine dönüldüğünde,}$$

$$\delta l = \Phi_0 - \alpha \Phi_1 \text{ ve}$$

$\alpha l_n \delta l = \Phi \delta l$  sonucuna varılır. Ölçü Lokmalarının  $15^\circ\text{C} - 25^\circ\text{C}$  aralığında lineer uzama katsayısı aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$\alpha = \frac{\Phi_1}{l_n}, \alpha \text{ lineer uzama katsayısının standart sapması ise;}$$

$$S(\alpha) = \frac{S(\Phi_1)}{l_n} \text{ olarak ifade edilir [5,6,7,8,9,].}$$

## SONUÇ

Birinci ve ikinci seviye boyutsal metroloji laboratuvarlarında kalibre edilen referans standart ölçü lokmalarının uzama katsayısı linear davranış gösterdiği kabulü yapılmaması gerekmektedir. Özellikle 100 mm'den uzun ölçü lokmalarının uzama katsayısının değeri ve bu değer üzerindeki belirsizlik yüksek doğrulukla tespit edilmesi yapılan kalibrasyonların doğruluğu açısından önemlidir[3,7,9,11]. Yukarıdaki matamatiksel ifadelerden de görüleceği gibi ölçü lokmaları kalibrasyonu sırasında ortam ve ölçü lokmaların kararlılığı, sıcaklık değişimine bağlıdır. Dolayısıyla ölçü lokmalarının sıcaklığı, kararlı hale gelinceye kadar bekletilmeli ve kalibrasyon

esnasında sıcaklığın sabit kalması için tüm tetbirler alınmalıdır. Ölçü lokma seti alındığında , imalatçı firmalardan ölçü lokma setinde bulunan her ölçü lokması için mutlaka uzama katsayısının sıcaklığa bağlı olarak uzama katsayısının değeri ve belirsizliği hakkında kalibrasyon bilgisi istenmelidir.

#### KAYNAKÇA

1. BIPM, Vocabulaire International des Terms Fondamentaux et Generaux de Metrologie " BIPM 1984.
2. BIRCH K.G., " Uncertainty in The Measurement of Gauge Blocks by Interferometry " NPL Report MOM 29,1979.
3. BAYTAROĞLU Ş., " Uzunluk Biriminin Birincil Ulusal Referans Std. Sanayiye Transferi ve Ç.F. Laser Enterf. İle Ölçü Lokmalarının Kalibrasyonunun Metodik Çözüm" Doktora Tezi YTÜ,1996.
4. BOSCH R., " Metrologie Dimensionnelle " OCERP Edition,1973.
5. CROARKIN C. et al., " Measurement Assurance for Gauge Blocks " NBS Monographi 163, January 1979.
6. DARNEDDE H., " High-Precision Calibration of Long Blocks Using Vacuum Wavelength Comparator " Metrologia 29 pg. 349-359, 1992.
7. Forsythe G.F., " Generation And Use Of Orthogonal Polynomials For Data-Fiting With a Digital Computer " J.Soc. Indust.Appl. Math. 1972
8. HARTMANN O., et al., " The Gauge Block Interferometer of the DAMW of GDR Used for Testing Precision Scales " DAMW Report 1989.
9. MILLEA A., " Cartea Metrologului " Editura Tehnica, Bucureşti 1984.
10. MORE R.W., " Foundation of Mechanical Accuracy " Connecticut 1970.
11. SCHATZ B., " Control et Etalonnage des Cales Etalon" Measure Dimentional R. 1 245-1 pg. 1-24, 1981.