

# HİDROLİK EYLEYİCİLERİN LPD TEMELİNE DAYALI $H_{\infty}$ KUVVET KONTROLÜ

Cem ONAT\*

İnönü Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, MALATYA - conat@inonu.edu.tr

İsmail YÜKSEK

Yıldız Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, İSTANBUL - yukseki@yildiz.edu.tr

Selim SİVRİOĞLU

Gezbe Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Mühendislik Fakültesi, Enerji Sistemleri Mühendisliği Bölümü, KOCAELİ - s.selim@gyte.edu.tr

Şaban ÇETİN

Yıldız Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, İSTANBUL - scetin@yildiz.edu.tr

## ÖZET

Bu çalışmada bir hidrolik eyleyici için Lineer Parametre Değişimi (LPD) temeline dayalı kazanç programlamalı  $H_{\infty}$  kontrol tasarımı sunulmaktadır. İlk olarak, LPV hidrolik eyleyici modeli gerçeğe yakın doğrusal olmayan diferansiyel denklem modeli kullanılarak elde edildi. Bu iş, doğrusal olmayan etkilerin bir değişken katsayıya gömülmesiyle yapıldı ve ardından LPD hidrolik eyleyici modeli üzerinden, bu katsayı ile programlanan  $H_{\infty}$  kuvvet kontrolcüsü tasarlandı. Simülasyon sonuçları, önerilen  $H_{\infty}$  kontrolcünün doğrusal olmayan hidrolik dinamiklerinin üstesinden gelerek referans izleme performans gereksinimlerini güzel bir şekilde karşıladığını göstermektedir.

**Anahtar Kelimeler:**  $H_{\infty}$  kontrol, kuvvet kontrolü, hidrolik sistemler

## LPV Based $H_{\infty}$ Force Control of Hydraulic Actuators

### ABSTRACT

In this study, it is presented Linear Parameter Varying (LPV) based  $H_{\infty}$  control designing for a hydraulic actuator. Firstly, LPV hydraulic actuator model is obtained by using realistic nonlinear differential equation model. Using a varying coefficient embedded nonlinear hydraulic effects does this duty and then  $H_{\infty}$  controller scheduled with this coefficient is designed. Simulation results show that proposed  $H_{\infty}$  controller has coped with nonlinear hydraulic dynamics and goodly satisfied performance requirement for tracking reference.

**Keywords:**  $H_{\infty}$  control, force control, hydraulic systems

## GİRİŞ

Üretim otomasyonu, materyal işleme ve otomotiv gibi kuvvet üreteçlerinin kullanıldığı pek çok endüstriyel alanda üretilen kuvvetin kontrolü gereklidir. Hidrolik eyleyiciler yüksek çevrim kazançları ve hızlı cevap zamanları yüzünden, böyle uygulamalar için büyük avantaj sağlarlar [1]. Ancak elektriksel eyleyicilerden farklı olarak, yüksek derecede doğrusalsızlıklar içermeleri ve birçok parametresinin işletme şartlarıyla birlikte değişim göstermesi sebebiyle hidrolik eyleyicilerde kuvvet kontrolü konusu daha zor bir problemidir [2], [3].

Bir hidrolik eyleyicide kontrol sinyali, hidrolik akışı kontrol eden servo valfi harekete geçirir. Bu akışın sebep olduğu basınç farklılığıyla eyleyici kuvveti elde edilir. Servo valf dinamikleri ihmal edilse bile, kontrol sinyali hidrolik kuvvetin kendisini değil de kuvvetin türevini kontrol eder. Ayrıca hidrolik sistemler yüksek derecede doğrusalsızlık ve parametre belirsizlikleri içerirler. Hidrolik sistem parametrelerindeki belirsizlik genel olarak işletme şartlarındaki ve sistem elemanlarının fiziki özelliklerindeki değişimlerin bir sonucu olarak ortaya çıkar. Örneğin tedarik basıncı, çok kullanıcı sistemlerde diğer eyleyicilerin çalışıp çalışmamasına bağlı olarak değişkenlik gösterir [4]. Valfin içinde ve dışındaki

\* İletişim yazarı

Geliş/Received : 06.08.2008

Kabul/Accepted : 10.10.2008

akışkan (hidrolik yağ) akışını karakterize eden akış ve basınç katsayıları tedarik basıncının ve yükleme durumunun birer fonksiyonudurlar ve farklı işletme şartları altında değişkenlik gösterirler [5]. Bunlara ek olarak hidrolik sistemlerde hidrolik yağın hava içeriğine, yağ sıcaklığına ve yükleme durumuna bağlı olarak efektif bulk (esneklik) modülünün de değişken olduğu göz önüne alınırsa kontrol tasarımı işi gittikçe karmaşıklaşır [6], [7].

Literatürde hidrolik eyleyiciler için farklı kuvvet kontrol stratejileri önerilmiştir. Conrad and Jensen bir hız ileri, çıkış geri beslemeli kontrol yapısıyla, bir Luenberger gözleyicili durum tahmini geri-beslemeli kontrol yapısının bir bileşimini kullanmışlardır. Geleneksel (P, PI) kontrol metotlarıyla karşılaştırmalı olarak verdikleri simülasyon ve deneysel sonuçları, önerdikleri kontrol yapısının daha üstün performans sergileyeceğini ortaya koymuştur [2].

Chen vd., bir yay ile etkileşimli tek çubuklu bir hidrolik eyleyici için bir kayan-kipli kontrolcü tasarlamışlardır. Ticari PID kontrolcüler ile karşılaştırmalı olarak elde ettikleri deneysel sonuçlar, önerdikleri kayan-kipli kontrolcünün sürekli rejim ve geçici rejim cevaplarını iyileştirdiğini ortaya koymuştur [8].

Laval, bir servo valf ile bir çift sürmeli simetrik hidrolik silindir tarafından üretilen kuvveti robust (gürbüz) olarak kontrol etmek için bir  $H_\infty$  yaklaşımı kullanmışlardır. Hidrolik kuvvet kontrol sistemlerinin performansındaki, parametre belirsizlikleri ve sistemdeki doğrusalsızlıkların önemi bu çalışmanın ana konusunu teşkil etmektedir. Sınırlı sayıda test sonuçları,  $H_\infty$  yaklaşımının kararlılık ve performans arasındaki uzlaşmayı garanti ettiğini göstermiştir [9].

Şimdiye kadar hidrolik eyleyicilerde kuvvet kontrolü konusunda yapılmış çok sayıda çalışmaya karşın, bu konu gerek akademik alanda ve gerekse endüstriyel alanda hâlâ üzerinde yoğun bir şekilde çalışılan bir konu olmaya devam etmektedir. Bu makalede, bir hidrolik eyleyici için lineer parametre değişimi temeline dayalı kazanç programlamalı  $H_\infty$  kontrol tasarımı sunulmuştur. Doğrusal olmayan gerçeğe yakın diferansiyel denklem modeli türetildikten sonra bu model üzerinden lineer parametre değişimli hidrolik eyleyici modeli elde edilmiştir. Bu iş, orijinal bir yaklaşım olarak, doğrusal olmayan denklem ile doğrusallaştırılmış denklem modelinin birbirine eşitlenmesi suretiyle doğrusal olmayan terimlerin bir  $C_x$  değişken katsayısına gömülmesi ile yapılmıştır. Ardından, LPD hidrolik eyleyici modeli üzerinden,  $C_x$  parametresi ile programlanan  $H_\infty$  kontrolcü tasarlanmıştır.

Bu makale aşağıdaki gibi organize edilmiştir: Bölüm 2'de

lineer parametre değişimli hidrolik sistem modeli ortaya konmaktadır. Bölüm 3 hidrolik eyleyici modeli için LPD temeline dayalı kazanç programlamalı  $H_\infty$  kontrol tasarımı sunulmaktadır. Bölüm 4'de önerilen metot için simülasyon (benzetim) sonuçları verilmektedir. Bölüm 5 ise sonuçların değerlendirilmesini içermektedir.

## HİDROLİK EYLEYİCİNİN LPD MODELİ

Şekil 1'de verilen hidrolik eyleyicinin matematik modeli, standart servo valf dinamik denklemleri kullanılarak denklem 1'deki gibi tanımlanır [10].

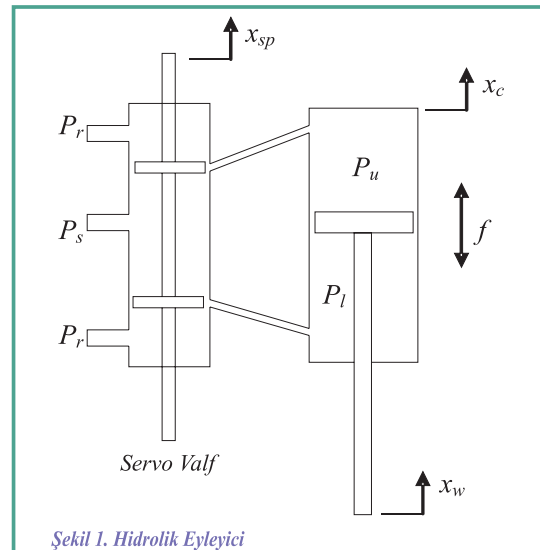
$$\begin{aligned} \dot{f} &= \frac{1}{V} \left( \sqrt{2} A \cdot \beta \cdot k_{sd} \cdot x_{sv} \cdot \text{signsqr}t(P_s - \text{sign}(x_{sv}) f_j / A) + 2 \cdot A^2 \cdot \beta \cdot (sd) \right) \\ \dot{x}_{sv} &= \frac{1}{\tau} \cdot (-x_{sv} + k_{sv} \cdot i_{sv}) \end{aligned} \quad (1)$$

Burada  $f$  üretilen kuvveti,  $A$  piston yüzey alanını,  $\beta$  akışkanın esneklik modülünü,  $k_{sd}$  orfis akış katsayısını,  $x_{sv}$  servo-valf deplasmanını,  $\text{signsqr}t(y) = \text{sign}(y) \sqrt{|y|}$ ,  $P_s$  tedarik basıncını,  $P_u$  ve  $P_l$  sırasıyla üst ve alt silindir bölmesindeki basınç değerlerini,  $P_r$  ( $P_r \approx 0$ ) geri dönüş basıncını,  $V$  silindir hacmini,  $sd = x_c - x_w$  hidrolik silindir uçlarının göreceli yer değiştirmesini,  $k_{sv}$  valf kazancını,  $i_{sv}$  kontrol akımını ifade etmektedir. Denklem 2'de doğrusallaştırılmış hidrolik eyleyici modeli verilmektedir.

$$\begin{aligned} 2C_x \cdot x_{svi} + 2 \cdot A \cdot (sd) &= \frac{V}{\beta \cdot A} \dot{f} \\ \tau \cdot \dot{x}_{sv} + x_{sv} &= k_{sv} \cdot i_{sv} \end{aligned} \quad (2)$$

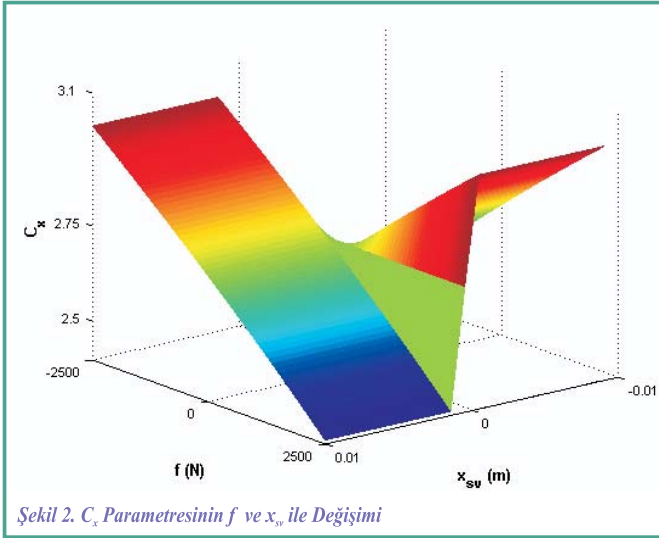
Denklem 1 ve 2'nin eşitliğinden  $C_x$  değişken katsayısı denklem 3'deki gibi elde edilir.

$$C_x = \frac{k_{sd}}{\sqrt{2}} \cdot \text{signsqr}t(P_s - \text{sign}(x_{sv}) f_j / A) \quad (3)$$



Şekil 1. Hidrolik Eyleyici

Şekil 2'de  $C_x$  değişken katsayısının  $f$  ve  $x_{sv}$  ile değişimi verilmektedir. Burada  $x_{sv}$ 'in değişim aralığı  $[-0.01\text{mm}$   $0.01\text{mm}]$ ,  $f$ 'nin değişim aralığı ise  $[-5\text{ kN}$   $5\text{ kN}]$  dur.



Hidrolik sistemin durum-uzay modeli denklem 2'den faydalanılarak denklem 4'deki gibi elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{f} \\ \dot{x}_{sv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2 \cdot \beta \cdot A \cdot C_x}{V} \\ 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ x_{sv} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2 \cdot \beta \cdot A^2}{V} & 0 \\ 0 & \frac{k_{sv}}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} sd \\ i_{sv} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[f] = [1 \ 0] \cdot \begin{bmatrix} f \\ x_{sv} \end{bmatrix} + [0 \ 0] \cdot \begin{bmatrix} sd \\ i_{sv} \end{bmatrix}$$

Denklem 4'de verilen doğrusal durum-uzay model ile programlama parametre vektörü  $q$  beraber göz önüne alındığında LPD hidrolik eyleyici modeli aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\hat{A}_P = \hat{A}_0 + q\hat{A}_1 \quad (5)$$

$$\hat{B}_{uP} = \hat{B}_{u0} + q\hat{B}_{u1} \quad (6)$$

$$\hat{B}_{wP} = \hat{B}_{w0} + q\hat{B}_{w1} \quad (7)$$

$$\hat{C}_{eP} = \hat{C}_{e0} + q\hat{C}_{e1} \quad (8)$$

$$\hat{C}_{yP} = \hat{C}_{y0} + q\hat{C}_{y1} \quad (9)$$

$$\hat{D}_{ewP} = \hat{D}_{ew0} + q\hat{D}_{ew1} \quad (10)$$

$$\hat{D}_{ywP} = \hat{D}_{yw0} + q\hat{D}_{yw1} \quad (11)$$

$$\hat{D}_{euP} = \hat{D}_{eu0} + q\hat{D}_{eu1} \quad (12)$$

$$\hat{D}_{yuP} = \hat{D}_{yu0} + q\hat{D}_{yu1} \quad (13)$$

Burada  $q = [q]$  programlama vektörünün yegane elemanı  $q = C_x$ 'dir.  $q$  Şekil 2'de gösterildiği gibi  $[q_{\min} \ q_{\max}]$  ( $[2.4104 \ 3.0138]$ ) aralığında değerler almaktadır. Ayrıca yukarıdaki denklemlerde verilen  $\hat{A}_P$  sistem matrisini,  $\hat{B}_{uP}$  kontrol giriş matrisini,  $\hat{B}_{wP}$  bozucu ve referans giriş matrisini,  $\hat{C}_{eP}$  performanslar için çıkış matrisini,  $\hat{C}_{yP}$  ölçüm matrisini,  $\hat{D}_{ewP}$  performans çıkışları için bozucu ve referans giriş matrisini,  $\hat{D}_{ywP}$  ölçüm çıkışı için bozucu ve referans giriş matrisini  $\hat{D}_{euP}$  performans çıkışları için kontrol giriş matrisini,  $\hat{D}_{yuP}$  ölçüm çıkışı için kontrol giriş matrisini ifade etmektedir.

$\hat{A}_0$ ,  $\hat{B}_{w0}$ ,  $\hat{B}_{u0}$ ,  $\hat{C}_{e0}$ ,  $\hat{C}_{y0}$ ,  $\hat{D}_{ew0}$ ,  $\hat{D}_{eu0}$ ,  $\hat{D}_{yw0}$ , ve  $\hat{D}_{yu0}$  matrisleri sistem denklemlerinin programlama parametre vektörüne bağlı olmayan sabit kısımlarını göstermektedir. Bu matrisler denklem 14-22'deki gibi elde edilmiştir.

$$\hat{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\hat{B}_{w0} = \begin{bmatrix} \frac{2 \cdot A^2 \cdot \beta}{V} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\hat{B}_{u0} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_{sv}}{\tau} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\hat{C}_{e0} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\hat{C}_{y0} = [1 \ 0] \quad (18)$$

$$\hat{D}_{ew0} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\hat{D}_{eu0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\hat{D}_{yw0} = [0 \ 0] \quad (21)$$

$$\hat{D}_{yu0} = [0] \quad (22)$$

$\hat{A}_1$ ,  $\hat{B}_{w1}$ ,  $\hat{B}_{u1}$ ,  $\hat{C}_{e1}$ ,  $\hat{C}_{y1}$ ,  $\hat{D}_{ew1}$ ,  $\hat{D}_{eu1}$ ,  $\hat{D}_{yw1}$  ve  $\hat{D}_{yu1}$

Matrisleri ise sistem denklemlerinin  $q$  parametre vektörüne bağlı olarak değişen kısımlarını göstermektedirler. Bu matrisler denklem 23-31'de verilmektedirler.

$$\hat{\mathbf{A}}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2 \cdot \beta \cdot A}{V} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\hat{\mathbf{B}}_{w1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\hat{\mathbf{B}}_{u1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\hat{\mathbf{C}}_{e1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\hat{\mathbf{C}}_{y1} = [0 \quad 0] \quad (27)$$

$$\hat{\mathbf{D}}_{ew1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\hat{\mathbf{D}}_{eu1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\hat{\mathbf{D}}_{yw1} = [0 \quad 0] \quad (30)$$

$$\hat{\mathbf{D}}_{yu1} = [0] \quad (31)$$

## LPD TEMELİNE DAYALI $H_\infty$ KONTROL TASARIMI

Genelleştirilmiş hidrolik eyleyici sisteminin ve alt-çevrim kuvvet kontrolcüsünün durum-uzay modeli sırasıyla denklem 32 ve 33'de verilmektedir.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) \\ \hat{\mathbf{e}}(t) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_p(q) & \hat{\mathbf{B}}_{wp} & \hat{\mathbf{B}}_{up} \\ \hat{\mathbf{C}}_{ep} & \hat{\mathbf{D}}_{ewp} & \hat{\mathbf{D}}_{eup} \\ \hat{\mathbf{C}}_{yp} & \hat{\mathbf{D}}_{ywp} & \hat{\mathbf{D}}_{yup} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) \\ \hat{\mathbf{d}}(t) \\ \hat{\mathbf{u}}(t) \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_K(t) \\ \hat{\mathbf{u}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_K(q) & \hat{\mathbf{B}}_K(q) \\ \hat{\mathbf{C}}_K(q) & \hat{\mathbf{D}}_K(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_K(t) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) \end{bmatrix} \quad (33)$$

Burada  $\hat{\mathbf{x}}(t) = [f \quad x_{sv}]^T$  durum değişken vektörünü,  $\hat{\mathbf{u}}(t) = [i_{sv}]$  kontrol vektörünü,  $\hat{\mathbf{y}}(t) = [f]$  ölçüm vektörünü,  $\hat{\mathbf{e}}(t) = [f_{ref} \quad f]^T = [e_1 \quad e_2]^T$  performans çıkış vektörünü ve bozucu  $\hat{\mathbf{d}}(t) = [sd \quad f_{ref}]^T = [d_1 \quad d_2]^T$  vektörünü ifade etmektedir. Dikkat edilirse denklem 32'de verilen genelleştirilmiş sistemde sadece  $\hat{\mathbf{A}}_p$  matrisi  $\mathbf{q}$  parametre vektörüne bağlıdır. Kuvadratik (karesel) LPD- $\gamma$  problemi, boyutları sırasıyla  $(m \times m)$ ,  $(m \times n_y)$ ,  $(n_u \times m)$  ve  $(n_u \times n_y)$  olan,

$\hat{\mathbf{A}}_K(q)$ ,  $\hat{\mathbf{B}}_K(q)$ ,  $\hat{\mathbf{C}}_K(q)$  ve  $\hat{\mathbf{D}}_K(q)$  kontrolcü matrislerinin bulunması problemidir. Bu problem,  $\mathbf{d}'$ den  $\mathbf{e}'$ ye olan transfer fonksiyonunun endüklenmiş  $L_2$  normunun  $\gamma$ 'dan küçük olması kısıtı altında, her  $\mathbf{q}(t) \in \Gamma$  için kapalı-çevrim sistemin kararlı olması için  $\gamma$ 'nın minimum değerinin bulunması optimizasyon problemine dönüştürülerek çözülür. Burada  $m$  kontrolcünün durum vektörü,  $n$  genelleştirilmiş sistem durum uzayının boyutu,  $n_y$  ölçüm uzayının boyutu ve  $n_u$  control uzayının boyutudur. Bu problemin çözümü, sadece ve sadece boyutları  $(n + m) \times (m + n)$  olan simetrik  $\mathbf{W} > 0$  matrisinin varlığıyla mümkündür öyle ki;

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{cl_i}^T(q)\mathbf{W} + \mathbf{W}\mathbf{A}_{cl_i}(q) & \mathbf{W}\mathbf{B}_{cl_i}(q) & \gamma^{-1}\mathbf{C}_{cl_i}^T(q) \\ \mathbf{B}_{cl_i}^T(q)\mathbf{W} & -\mathbf{I} & \gamma^{-1}\mathbf{D}_{cl_i}^T(q) \\ \gamma^{-1}\mathbf{C}_{cl_i}(q) & \gamma^{-1}\mathbf{D}_{cl_i}(q) & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad i=1, \dots, r \quad (34)$$

her  $\mathbf{q}(t) \in \Gamma$ 'dir. Burada  $\Gamma$ , köşe noktaları  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_r$  olan, dış bükey (konveks) politoptur ve denklem 35'de verilmektedir.

$$\Gamma = \left\{ \sum_{i=1}^r \lambda_i \Gamma_i, \lambda_i \geq 0; \sum_{i=1}^r \lambda_i = 1 \right\} \quad (35)$$

$\mathbf{A}_{cl_i}$ ,  $\mathbf{B}_{cl_i}$ ,  $\mathbf{C}_{cl_i}$  ve  $\mathbf{D}_{cl_i}$  matrisleri  $i$ . noktadaki kapalı-çevrim matrisleridirler. Denklem 34'de verilen problemin çözümü için gereken simetrik  $\mathbf{W} > 0$  matrisinin varlığı simetrik  $\mathbf{R} > 0$  ve  $\mathbf{S} > 0$  matrislerinin varlığına indirgenebilir, öyle ki;

$$\mathbf{N}_R^T \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{pi}\mathbf{R} + \mathbf{R}\mathbf{A}_{pi}^T & \mathbf{R}\mathbf{C}_{epi}^T & \mathbf{B}_{wpi} \\ * & -\gamma\mathbf{I} & \mathbf{D}_{ewp} \\ * & * & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{N}_R < 0 \quad i=1, \dots, r \quad (36)$$

$$\mathbf{N}_S^T \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{pi}^T\mathbf{S} + \mathbf{S}\mathbf{A}_{pi} & \mathbf{S}\mathbf{B}_{wpi} & \mathbf{C}_{epi}^T \\ * & -\gamma\mathbf{I} & \mathbf{D}_{ewp}^T \\ * & * & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{N}_S < 0 \quad i=1, \dots, r \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{S} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (38)$$

olur. Burada,  $\mathbf{N}_R$  ve  $\mathbf{N}_S$  sırasıyla  $(\mathbf{B}_{wpi}^T, \mathbf{D}_{ewp}^T)$  ve  $(\mathbf{C}_{yp}, \mathbf{D}_{ywp})$  'nin "null" uzaylarını simgeler. Denklem 39'da verildiği gibi  $i$ . noktadaki kontrolcüyü  $\Omega_i$  ile gösterelim.

$$\Omega_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{ki} & \mathbf{B}_{ki} \\ \mathbf{C}_{ki} & \mathbf{D}_{ki} \end{bmatrix} \quad (39)$$

o zaman kontrolcü  $\mathbf{q}(t) \in \Gamma$ 'nin herhangi bir değeri için

$$\Omega_p = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_K(p) & \mathbf{B}_K(p) \\ \mathbf{C}_K(p) & \mathbf{D}_K(p) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^r \lambda_i \Omega_i \quad (40)$$

olacaktır. Burada  $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$  denklem 34'de verilen konveks ayrışım probleminin herhangi bir çözümüdür.

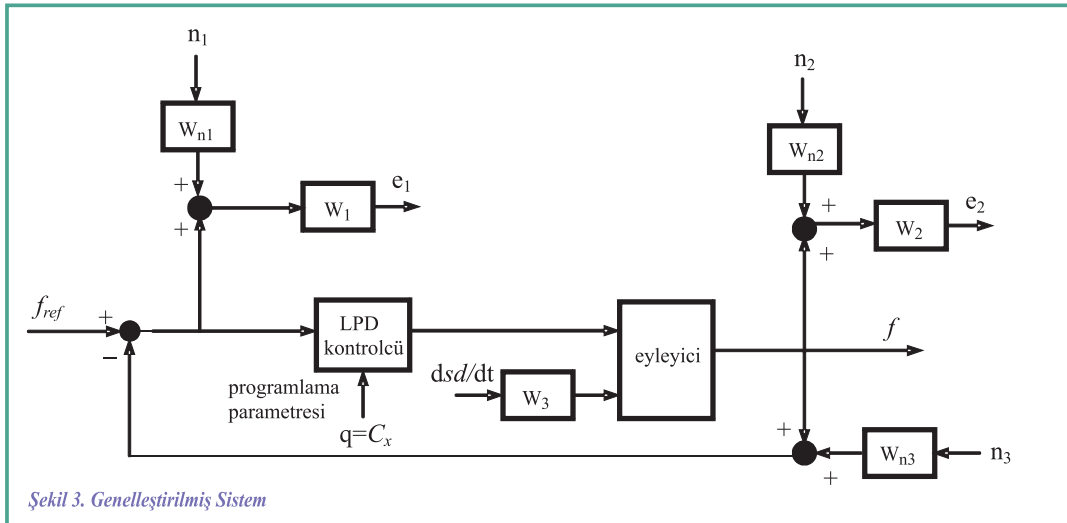
Genelleştirilmiş sistemin blok diyagramı Şekil 3'de verilmektedir. Burada  $e_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) performans çıkışlarıdır. Bu çıkışlar için  $w_1$  ve  $w_2$  ağırlık fonksiyonlarına iş verilmiştir.  $w_1$  ve  $w_2$  ağırlık fonksiyonları sırasıyla  $u_j - f_j$  ve  $f$  ile ilişkilidirler. Bu filtreler Denklem 41 ve 42'de verildiği gibidir. Denklem 43'de verilen  $w_3$  ağırlık fonksiyonu ise  $s\dot{d}$  bozucu girişi ile ilişkilidir.

$$w_1 = \frac{1000}{s+100} \quad (41)$$

$$w_2 = \frac{100(10^{-3}s+5)}{10^{-1}s+5} \quad (42)$$

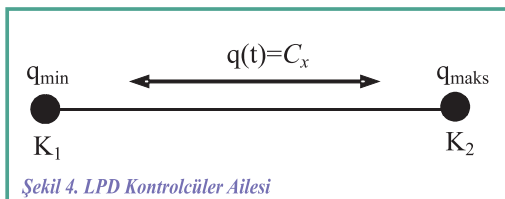
$$w_3 = \frac{30}{s+30} \quad (43)$$

Son olarak, performans çıkışlarına bindirilen  $n_1$ ,  $n_2$  ve  $n_3$  sensör gürültüleri ile ilişkili ağırlıklar sırasıyla,  $w_{n1}=0.01$ ,  $w_{n2}=0.01$  ve  $w_{n3}=0.01$  dir.



Şekil 3. Genelleştirilmiş Sistem

LPD kontrolcüler, ölçülen programlama parametresine bağlı olarak konveksin köşe noktalarındaki kontrolcüler arasında anahtarlama yapılarak gerçekleştirilir. Problemimizdeki programlama parametre vektörünün tek elemanı olduğundan ( $n=1$  olduğundan) programlama parametre vektörünün



Şekil 4. LPD Kontrolcüler Ailesi

değerine göre anahtarlama yapılacak kontrolcüler ailesi bir doğru parçası üzerinde bulunurlar. Şekil 4'de LPD kontrolcüler ailesi gösterilmektedir.

Buradaki  $K_1$  ve  $K_2$  kontrolcülerini sırasıyla  $C_x=q_{min}=2.4104$  ve  $C_x=q_{maks}=3.0138$  için elde edilmiş kontrolcülerdir.  $K_1$  ve  $K_2$  kontrolcülerinin durum değişkeni uzayı ifadeleri sırasıyla Denklem 44 ve 45'de verilmektedir.

$$K_1 = \begin{bmatrix} A_{K1} & B_{K1} \\ C_{K1} & D_{K1} \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} A_{K2} & B_{K2} \\ C_{K2} & D_{K2} \end{bmatrix} \quad (45)$$

LPD kontrolcünün sentezi, programlama parametresinin değerine göre bu iki kontrolcü durum uzayı matrisleri arasında lineer enterpolasyon (iç değerlendirme) ile Denklem 46'daki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} K(q) &= [A_{K1} \ B_{K1} \ C_{K1} \ D_{K1}] \quad \text{şayet } q=q_{min} \\ K(q) &= [A_{K2} \ B_{K2} \ C_{K2} \ D_{K2}] \quad \text{şayet } q=q_{maks} \\ K(q) &= [A_K(q) \ B_K(q) \ C_K(q) \ D_K(q)] \quad \text{şayet } q_{min} < q < q_{maks} \end{aligned} \quad (46)$$

Buradaki  $A_K(q)$ ,  $B_K(q)$ ,  $C_K(q)$  ve  $D_K(q)$  durum uzayı değişken matrisleri sırasıyla Denklem 47-50'deki gibidir.

$$A_K(q) = \frac{A_{K1} - A_{K2}}{q_{min} - q_{maks}} \cdot (q - q_{min}) + A_{K1} \quad (47)$$

$$B_K(q) = \frac{B_{K1} - B_{K2}}{q_{min} - q_{maks}} \cdot (q - q_{min}) + B_{K1} \quad (48)$$

$$C_K(q) = \frac{C_{K1} - C_{K2}}{q_{min} - q_{maks}} \cdot (q - q_{min}) + C_{K1} \quad (49)$$

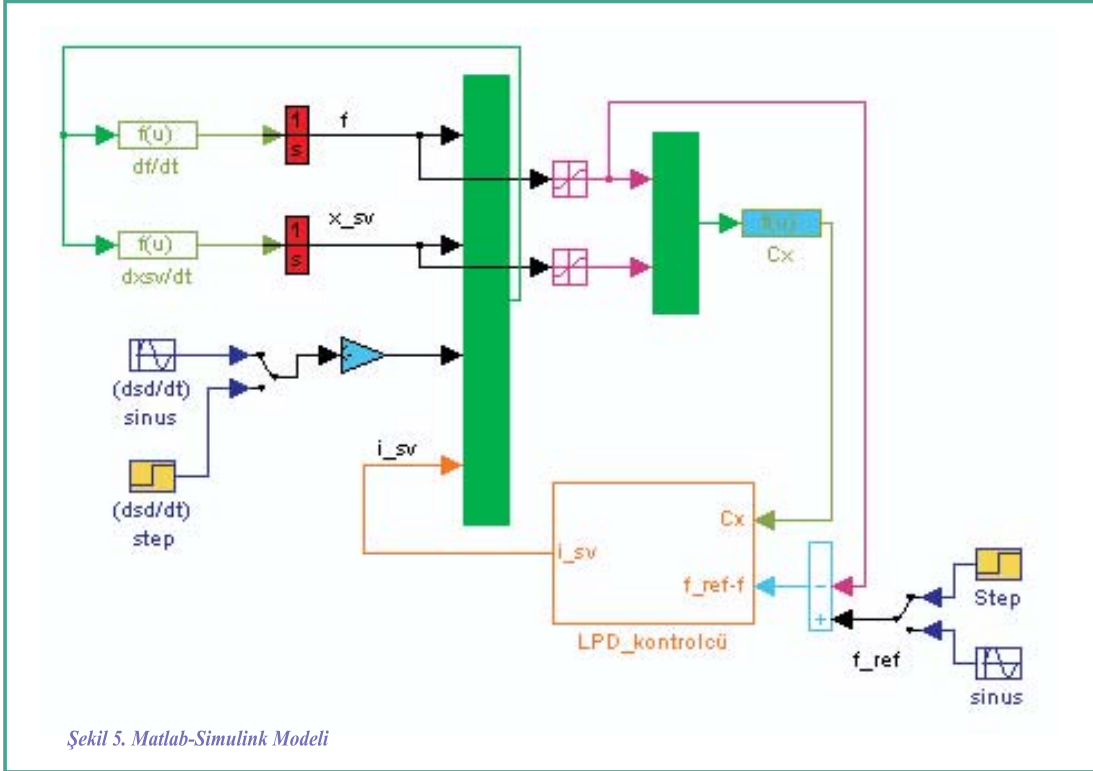
$$D_K(q) = \frac{D_{K1} - D_{K2}}{q_{min} - q_{maks}} \cdot (q - q_{min}) + D_{K1} \quad (50)$$

## SİMÜLASYON

Simülasyon çalışmaları dört farklı referans kuvvet ( $f_{ref}$ ) girişi için yapılmıştır. Bu girişlerden 1.si, 1000 N'luk basamak girişi,

Şekil 6-9'da sırasıyla 1., 2., 3. ve 4. girişlere karşılık gelen zaman (s)-kuvvet (N) diyagramları verilmektedir. Basamak cevabının sunulduğu Şekil 6'dan LPD kontrolcünün 60 N civarında bir aşım ile yaklaşık 0.12 s sürede sürekli rejime girdiği görülmektedir. Ayrıca kontrolcü çok iyi bir yükselme zamanı performansı sergileyerek referans değere çok çabuk gitmiştir.

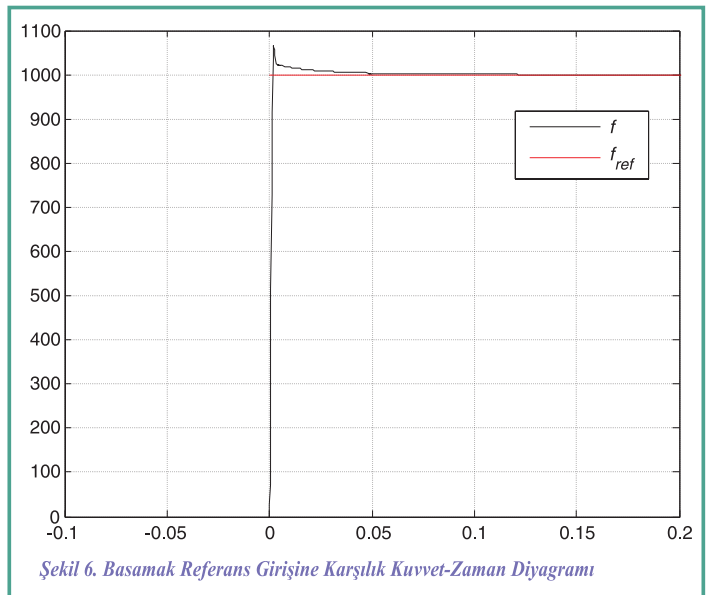
Şekil 7 ve 8'de sırasıyla  $2\pi$  rad/s ve  $20\pi$  rad/s frekansında sinüzoidal giriş için elde edilen zaman (s)-kuvvet (N) diyagramlarında referansı çok iyi bir şekilde izlediği görülmektedir.  $200\pi$  rad/s frekansındaki sinüzoidal giriş için

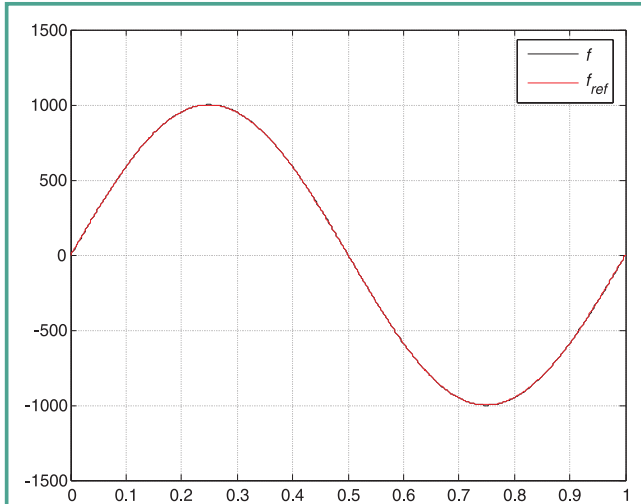


2.si, 1000 N genliğinde  $2\pi$  rad/s frekansında sinüzoidal giriş, 3.sü, 1000 N genliğinde  $20\pi$  rad/s frekansında sinüzoidal giriş ve 4.sü 1000 N genliğinde  $200\pi$  rad/s frekansında sinüzoidal giriştir. Tüm simülasyonlarda  $s\dot{d}$  bozucu girişi olarak 100 m/s genliğinde 30 rad/s sinüzoidal bozucu girişi kullanılmıştır. Şekil 5'de Matlab-Simulink bilgisayar programında kullanılan model gösterilmektedir. Simülasyon parametreleri Tablo 1'de verilmektedir.

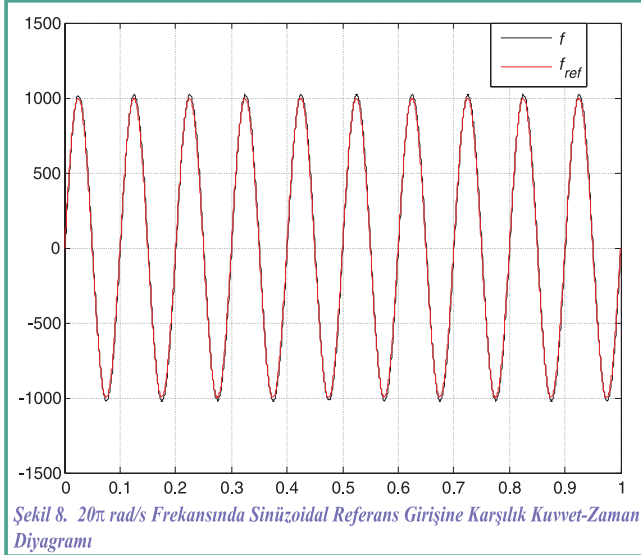
Tablo 1. Simülasyon Parametreleri

Parametre	Değer
A	0.0011 m <sup>2</sup>
$\beta$	$4.4 \cdot 10^7$ N/m <sup>2</sup>
$k_{xd}$	$0.0012$ m <sup>3</sup> /s/N <sup>0.5</sup>
$P_s$	1000 psi
$\tau$	0.0046
V	$1.16 \cdot 10^{-4}$ m <sup>3</sup>
$k_{sv}$	0.0157 m/A



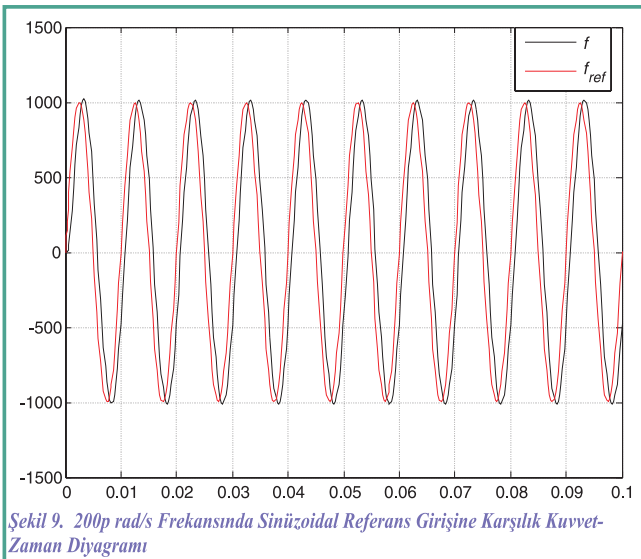


Şekil 7.  $2\pi$  rad/s Frekansında Sinüzoidal Referans Girişine Karşılık Kuvvet-Zaman Diyagramı



Şekil 8.  $20\pi$  rad/s Frekansında Sinüzoidal Referans Girişine Karşılık Kuvvet-Zaman Diyagramı

elde edilen Şekil 9'daki zaman (s)-kuvvet (N) diyagramında kontrolcünün referans girişine beklediği gibi geç cevap verdiği



Şekil 9.  $200\pi$  rad/s Frekansında Sinüzoidal Referans Girişine Karşılık Kuvvet-Zaman Diyagramı

görülmektedir. Sinüzoidal 2. 3. ve 4. girişler için elde edilen cevaplarda ise referans girişin frekansı arttıkça sistemin hantallaştığı ortaya çıkmıştır.

## SONUÇ

Pek çok endüstriyel alanda uygulama sahası bulan hidrolik eyleyicilerin kuvvet kontrolü konusu hâlâ üzerinde çalışılan güncel bir konudur. Bu makalede hidrolik eyleyiciler için LPD temeline dayalı  $H_\infty$  kontrol tasarımı tekniği sunuldu. Orijinal bir yaklaşım olarak doğrusal olmayan model üzerinden, doğrusal olmayan etkilerin bir değişken katsayıya gömülmesi suretiyle, LPD hidrolik eyleyici modeli elde edildi. Ardından bu model kullanılarak söz konusu değişken katsayı ile programlanan  $H_\infty$  kontrolcü tasarlandı. Simülasyon sonuçları, önerilen kontrolcü ile oluşturulacak kapalı kontrol çevriminin sistemdeki yüksek derecedeki doğrusalsızlıkların üstesinden gelerek referans izleme performans gereksinimlerini güzel bir şekilde karşıladığını göstermektedir.

## KAYNAKÇA

1. A. Alleyne, "Nonlinear Force Control of an Electrohydraulic Actuator," in Proc. Japan/USA Symp. Flexible Automation, Boston, MA, 1996, pp. 193-200.
2. F. Conrad and C.J.D. Jensen, "Design of Hydraulic Force Control Systems With State Estimate Feedback," in Proc. IFAC 10th Triennial Congr., Munich, Germany, 1987, pp. 307-312.
3. N. Niksefat and N. Sepehri, "Robust Force Controller Design for an Electrohydraulic Actuator Based On Nonlinear Model," in Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation, Detroit, MI, 1999, pp.200-206
4. R.F. Pannett, P.K. Chawdhry, and C.R. Burrows, "Alternative Robust Control Strategies For Disturbance Rejection in Fluid Power Systems," in Proc. ACC, San Diego, CA, 1999, pp. 739-743.
5. J. Watton, "On Linearized Coefficients For An Underlapped Servo-Valve Coupled To a Single-Rod Cylinder," ASME J. Dynam. Syst., Measure., Contr., vol. 112, no. 4, pp. 794-796, 1990.
6. M. R. Becan, A. Kuzucu, K. Kutlu, "Hidrolik Konum Kontrol Sistemlerinin Gerçeğe Yakın Benzetimi" Tr. J. of Engineering and Environmental Sciences, 22 (1998), 125-130
7. J. Yu, Z. Chen, and Y. Lu, "The variation of Oil Effective Bulk Modulus With Pressure in Hydraulic Systems," ASME J. Dynam. Syst., Measure., Contr., vol. 116, no. 1, pp. 146-150, 1994.
8. Y.N. Chen, C.B. Lee, and C.H. Tseng, "A Variable-Structure Controller Design For An Electrohydraulic Force Control Servo System," J. Chinese Soc. Mech. Eng., vol. 11, no. 6, pp. 520-526, 1990.
9. L. Laval, N.K. M'Sirdi, and J.C Cadiou, " $H_\infty$  Force Control of a Hydraulic Servo-Actuator With Environmental Uncertainties," in Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation, Minneapolis, MN, 1996, pp.1566-1571.
10. S. Chantranuwathana, H. Peng, "Adaptive Robust Force Control For Vehicle Active Suspensions", Int. J. of Adaptive Control and Signal Processing, 2004, 18:83-102