

EVOLVENT KONİK DİŞLİ ÇARKLARIN BİLGİSAYAR SİMÜLASYONU

M.Cüneyt FETVACI*
Y.Doç.Dr., İÜ Mühendislik Fakültesi
Avcılar 34320 İstanbul
fetvacic@istanbul.edu.tr

ÖZET

Bu çalışmada asimetrik evolvent profilli konik dişli çarkların bilgisayar simülasyonu için matematik modellenmesi ele alınmaktadır. Kesici takımın denklemleri, koordinat dönüşüm, diferansiyel geometri ve yuvarlanma prensipleri uygulanarak evolvent konik dişli çarkın matematik modeli verilmiştir. Matematiksel ifadeler programlanarak evolvent helisel konik dişlilerin bilgisayar simülasyonu gerçekleştirilmiştir. Düz ve helisel beveloid dişliler için sayısal örnekler incelenmiş ve görselleştirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Asimetrik evolvent profil, beveloid dişli, alttan kesme, bilgisayar simülasyonu

Computer Simulation of Conical Involute Gears

ABSTRACT

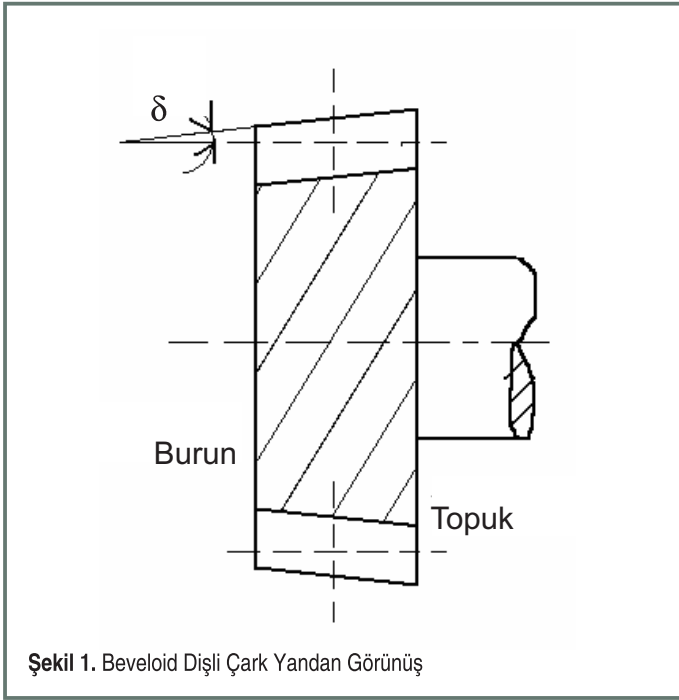
This paper studies the equations of rack cutters for generating conical gears with asymmetric involute teeth. By applying the equations of designed profile of rack cutter, the principle of coordinate transformation, the theory of differential geometry, and the theory of gearing, the mathematical model of involute conical gear with asymmetric teeth is given. Based on the given mathematical model, a computer program is developed for simulating the generation process. Numerical illustrated examples are given for straight and helical beveloid gears.

Keywords : Asymmetric involute profile, beveloid gear, undercutting, computer simulation

** İletişim yazarı
Geliş tarihi : 05.02.2009
Kabul tarihi : 12.03.2010

GİRİŞ

Birçok uygulamada yaygın olarak kullanılan evolvent dişliler düz, helisel, düz konik ve helisel konik olarak gruplandırılır. Beveloid dişliler olarak da adlandırılan evolvent konik dişlilerde diş genişliği boyunca lineer olarak değişen profil kaydırma vardır. Beveloid dişliler herhangi bir izafi pozisyonda, kesişen, aykırı ve paralel eksenlerde dönme hareketini iletebilirler [1]. Uzun zamandan beri gemi makinalarında kullanılan beveloid dişliler son zamanlarda otomotiv sanayinde de önem kazanmaktadır. Helisel konik dişli çarkta koni açısı sıfır olarak alındığında helisel alın dişli ve aynı zamanda helis açısı sıfır alındığında düz alın dişli elde edilir. Bu bağlamda, evolvent helisel konik dişli çarkın matematik modeli diğer üç tipteki dişli çarkları da tanımlamaktadır [2]. Şekil 1'de beveloid dişli çarkın yandan görünüşü gösterilmiştir. Klasik konik dişlilerin aksine bu dişlilerde modül genişlik boyunca değişmemektedir.



Şekil 1. Beveloid Dişli Çark Yandan Görünüşü

Litvin'in vektör yaklaşımı [3] hemen her tipten dişli çarkın matematik modellenmesini sağlamaktadır. Bu yaklaşımda kesici takımın vektörel gösteriminden hareketle matris dönüşüm, diferansiyel geometri ve dişli mekaniği uygulanarak dişli çarkların matematik modelleri elde edilmektedir. Bu yaklaşımın üstünlüğü çeşitli profil düzeltmelerinin (bombeli evolvent yanak, düzeltilmiş kök gibi) yuvarlanma simülasyonuna uygun olarak matematik modele adapte edilebilmeleridir. Kesici takımların dişleri asimetric olarak da dizayn edilebilir ve matematik modellenebilir. Litvin'in yaklaşımından hareketle standart ve düzeltilmiş

çeşitli tipten dişlileri matematik modelleyen çalışmalar literatürde sunulmaktadır.[1-2, 4-8]

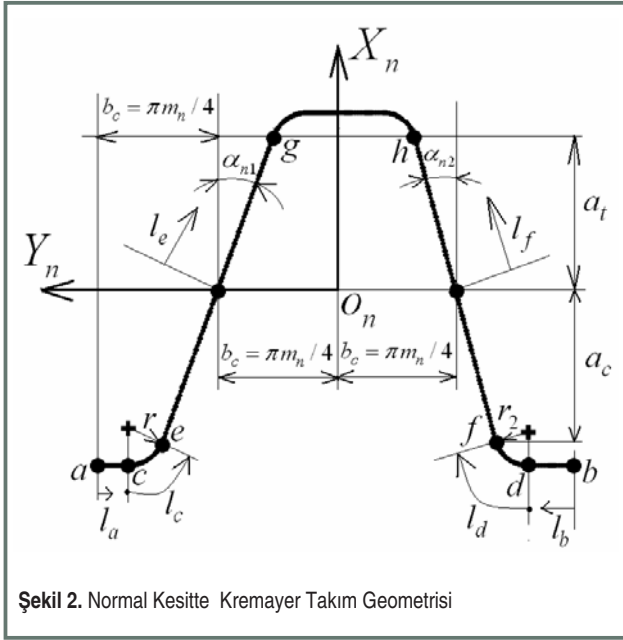
Tsay ve Liu, kremayer-tipi takım ile imalat için beveloid dişli çarkların matematik modelini sunmuştur [1,4]. Beveloid dişliler profil kaydırmanın diş genişliği boyunca alın yüzden birinden diğerine (topuktan buruna) pozitiften negatife değiştiği evolvent dişliler olarak gözlemlenebilir. Helisel beveloid dişlilerde, helis yönüne bağlı olarak, eksenel kesitte sağ ve sol yanakların kavrama açıları farklı olduğundan düşük kavrama açılı tarafta alttan kesme meydana geldiği ve bunu önlemek için kesici takımın asimetric dişli dizayn edilebileceği ifade edilmiştir [4]. Yang, asimetric dişli kremayer-tipi takımla imal edilen evolvent helisel alın dişli çarkların matematik modelini sunmuştur [7]. Ayrıca diş açma prosesinde kesici takımın taslağa göre izafi konumlarını görselleştiren çalışmalar da literatürde mevcuttur [9-10]. Bu izafi konumlardan hareketle takımın kaldırdığı talaş kalınlığı tayin edilebilir. Böylelikle takımın aşınma ve ömür analizi yapılabilir [11].

Bu çalışmada kremayer-tipi takımla evolvent profilli konik (beveloid) dişli çarkların imalatının matematik modellenmesi ve bilgisayar simülasyonu ele alınmıştır. Litvin'in vektör yaklaşımına [3] göre literatürde sunulmuş ifadeler [2,4,7] asimetric profilli beveloid çarklar için düzenlenerek kullanılmıştır. Bombeli diş yanağı, taşlama veya raspalama paylı takımla imalat gibi profil ve kök modifikasyonları bu çalışmada göz önüne alınmamıştır. Matematik model programlanarak bilgisayara aktarılmış ve program çıktıları bir grafik işleme programı ile görselleştirilmiştir. Uygun düzenleme ile kesici takımın diş boşluğunu aşama aşama şekillendirmesini gösteren resimler elde edilmiştir. Bu şekilde takımın vektörel gösterimi, nihai diş profilinin elde edilmesi ve kesme simülasyonu incelenebilmektedir. Çeşitli dizayn parametreleri için bilgisayar programı sonuçları grafikler ile takdim edilmiştir.

DIŞ YÜZEYİNİN MATEMATİK MODELİ

Kremayer Takımın Normal Kesiti

Çalışmanın bu bölümünde, asimetric profilli kremayer-tipi kesici takımın geometrik özellikleri incelenmektedir. Şekil 1'de normal kesitte takım dişli görülmektedir. S_n (X_n , Y_n , Z_n) koordinat sisteminin orijini kremayer takım diş boşluğunun ortasına konumlandırılmıştır. Pozitif X_n eksenini yukarı doğru, pozitif Y_n eksenini sola doğru yönlendirilmiştir ve Z_n eksenini sağ el kuralı ile tayin edilmiştir. Takım sağ ve sol yanlarda referans eksenine göre farklı açılı düz uç, yuvarlatılmış köşe ve aktif kenardan oluşmaktadır. Düz uçlar dişli çarkın tabanını, yuvarlatılmış köşeler çarkın diş kökünü ve aktif kenarlarda evolvent yüzeyleri oluşturmaktadır. Referans kremayer ait özellikler ISO53 standardından adapte edilmiştir [12].



Şekil 2. Normal Kesitte Kremayer Takım Geometrisi

Şekil 2'de gösterildiği üzere, kremayer takımın \overline{ac} ve \overline{bd} bölgeleri imal edilen dişli çarkın tabanını oluşturmaktadır. $c_y=0,1,2,\dots$ seçilerek takım istenilen sayıda diş ile tanımlanabilir. $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$ koordinat sisteminde \overline{ac} ve \overline{bc} bölgesinin denklemleri,

$$\mathbf{R}_n^{ac} \begin{matrix} x_n^{ac} \\ y_n^{ac} \\ z_n^{ac} \end{matrix} = \begin{matrix} a_c & r \sin \alpha_{n1} & r \\ \frac{\pi m_n}{2} & l_a & c_y \pi m_n \\ 0 \end{matrix} \quad (1)$$

$$\mathbf{R}_n^{bd} \begin{matrix} x_n^{bd} \\ y_n^{bd} \\ z_n^{bd} \end{matrix} = \begin{matrix} a_c & r_2 \sin \alpha_{n2} & r_2 \\ \frac{\pi m_n}{2} & l_b & c_y \pi m_n \\ 0 \end{matrix} \quad (2)$$

olarak ifade edilir. Dizayn parametreleri l_a ve l_b takımın sol ve sağ kenarlarında sırasıyla $0 \leq l_a \leq b_c - a_c \tan \alpha_{n1} - r \cos \alpha_{n1}$ ve $0 \leq l_b \leq b_c - a_c \tan \alpha_{n2} - r_2 \cos \alpha_{n2}$ ifadeleriyle sınırlıdır. a_c kesici takım dişbaşı yüksekliğini tayin eden parametre, $b_c - \pi m_n/4$ taksimat hattında takım diş kalınlığının yarısı, α_{n1} ve α_{n2} normal kavrama açılarıdır. Normal modül m_n sembolüyle ve takım ucunun yuvarlatma yarıçapları r ve r_2 sembollerile gösterilmektedir.

Kesici takımın \overline{ce} ve \overline{df} bölgeleri imal edilen dişli çarkın diş kökünü tayin eder. Bu bölgelerin yer vektörleri $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$ koordinat sisteminde aşağıdaki denklemlerle ifade edilir.

$$\mathbf{R}_n^{ce} \begin{matrix} x_n^{ce} \\ y_n^{ce} \\ z_n^{ce} \end{matrix} = \begin{matrix} a_c & r \sin \alpha_{n1} & r \cos l_c \\ b_c & a_c \tan \alpha_{n1} & r \cos \alpha_{n1} \\ 0 \end{matrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{R}_n^{df} \begin{matrix} x_n^{df} \\ y_n^{df} \\ z_n^{df} \end{matrix} = \begin{matrix} a_c & r_2 \sin \alpha_{n2} & r_2 \cos l_d \\ b_c & a_c \tan \alpha_{n2} & r \cos \alpha_{n2} \\ 0 \end{matrix} \quad (4)$$

l_c ve l_d bölgelerin dizayn parametreleridir ve sırasıyla $0 \leq l_c \leq 90^\circ \alpha_{n1}$ ve $0 \leq l_d \leq 90^\circ \alpha_{n2}$ ifadeleriyle sınırlıdır.

Şekil 1'de görüldüğü üzere, kremayer kesici takımın \overline{eg} ve \overline{fh} bölgeleri imal edilen dişli çarkın evolvent yanak yüzeylerini sırasıyla oluşturmaktadır. $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$ koordinat sisteminde \overline{eg} ve \overline{fh} bölgelerinin yer vektörleri aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{R}_n^{eg} \begin{matrix} x_n^{eg} \\ y_n^{eg} \\ z_n^{eg} \end{matrix} = \begin{matrix} l_e \cos \alpha_{n1} \\ b_c & l_e \sin \alpha_{n1} & c_y \pi m_n \\ 0 \end{matrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{R}_n^{fh} \begin{matrix} x_n^{fh} \\ y_n^{fh} \\ z_n^{fh} \end{matrix} = \begin{matrix} l_f \cos \alpha_{n2} \\ b_c & l_f \sin \alpha_{n2} & c_y \pi m_n \\ 0 \end{matrix} \quad (6)$$

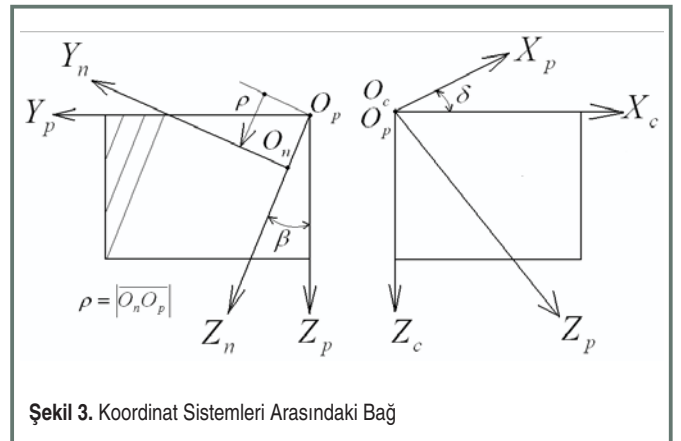
Bu denklemlerde l_e ve l_f dizayn parametreleridir ve sırasıyla

$$a_c / \cos \phi_{c1} \leq l_e \leq a_t / \cos \alpha_{n1}$$

ve $a_c / \cos \phi_{c2} \leq l_f \leq a_t / \cos \alpha_{n2}$ ifadeleriyle sınırlıdır.

Takım Yüzeyinin Matematik Modeli

Beveloid dişli çarkın imalat simülasyonunda takım yüzeyini elde etmek için, O_n merkezli S_n koordinat sistemine bağlı normal kesit, $\overline{O_n O_p}$ doğrusu boyunca Şekil 3'te görüldüğü üzere ötelenir. Koordinat sistemleri sağ el kuralına uymaktadır.



Şekil 3. Koordinat Sistemleri Arasındaki Bağ

Burada, $|\overline{O_n O_p}|$ kesici yüzeyinin dizayn parametrelerinden biridir. Böylelikle kremayer kesicinin profili S_p koordinat sistemine dönüştürülür ve Y_p-Z_p kremayer kesicinin taksimat düzlemi olarak değerlendirilir. Diş yönünü tayin eden β açısı

takımın taksimat düzlemindeki helis açısıdır. Konik diş açma işlemini simüle etmek için koordinat sistemi, düzlem axode koordinat sistemi olan $S_c (X_c, Y_c, Z_c)$ göre δ eğim açısı ile konumlandırılır. Böylelikle kremayer kesici takım yüzeyi $S_c (X_c, Y_c, Z_c)$ koordinat sisteminde (7) numaralı denklemle ifade edilebilir.

$$\mathbf{R}_c^i \quad M_{cn} \quad \mathbf{R}_n^i \quad (7)$$

Burada bileşke dönüşüm matrisi homojen koordinatlarda,

$$M_{cn} \begin{pmatrix} \cos \delta & \sin \delta \sin \beta & \sin \delta \cos \beta & \sin \delta \sin \beta \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta & \sin \beta \\ \sin \delta & \cos \delta \sin \beta & \cos \delta \cos \beta & \cos \delta \cos \beta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

olarak ifade edilir.

Bu dönüşüm matrisinin bileşenleri aşağıdaki ifadede verilmiştir.

$$M_{cp} \begin{pmatrix} \cos \delta & 0 & \sin \delta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \delta & 0 & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9-a)$$

$$M_{pn} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta & \sin \beta \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta & \cos \beta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9-b)$$

(1-6) numaralı denklemler (7) numaralı denklemde yerine konulup kremayer kesicinin koordinatları $S_c (X_c, Y_c, Z_c)$ koordinat sisteminde aşağıdaki denklemde genel olarak ifade edilmiştir.

$$\begin{pmatrix} x_c^i & x_n^i \cos \delta & y_n^i \sin \delta \sin \beta & \sin \delta \cos \beta \\ y_c^i & y_n^i \cos \beta & \sin \beta & \\ z_c^i & x_n^i \sin \delta & y_n^i \cos \delta \sin \beta & \cos \delta \cos \beta \end{pmatrix} \quad (10)$$

Bu denklemde üst indis kesici takım yüzeyinin \bar{ac} , \bar{bd} , \bar{ce} , \bar{df} , \bar{eg} ve \bar{fh} bölgelerini ifade eder.

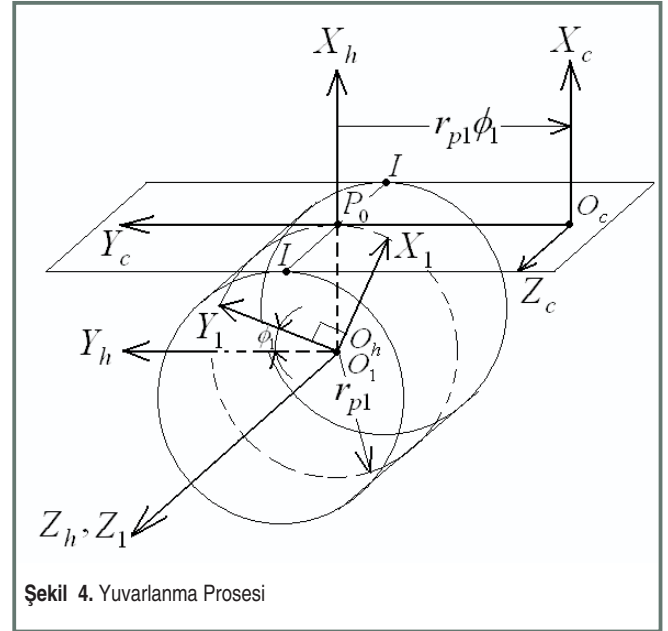
Diferansiyel geometriden, koordinat sisteminde (7) numaralı denklemde verilen kremayer kesici yüzeyinin birim normal vektörleri (11) numaralı denklem ile tayin edilir.

Diferansiyel geometriden, S_c koordinat sisteminde (7) numaralı denklemde verilen kremayer kesici yüzeyinin birim normal vektörleri (11) numaralı denklem ile tayin edilir.

$$\mathbf{n}_c^i \begin{pmatrix} \frac{\mathbf{R}_c^i}{l_j} & \frac{\mathbf{R}_c^i}{l_j} \\ \frac{\mathbf{R}_c^i}{l_j} & \frac{\mathbf{R}_c^i}{l_j} \end{pmatrix} \begin{matrix} (i \quad ac, \dots, fh) \\ (j \quad a, \dots, f) \end{matrix} \quad (11)$$

İmal Edilen Dişlinin Matematik Modeli

Kremayer takım ile imal edilen dişli arasındaki koordinat bağı ve profil oluşturma mekanizması şematik olarak Şekil 4'te gösterilmektedir. r_{p1} dişlinin taksimat yarıçapını P_0 ve yuvarlanma noktasını ifade eder. $S_h (X_h, Y_h, Z_h)$ Kremayer takımın koordinat sistemi, $S_1 (X_1, Y_1, Z_1)$ dişli çarkın koordinat sistemi ve $S_c (X_c, Y_c, Z_c)$ sabit olan referans koordinat sistemidir.



Şekil 4. Yuvarlanma Prosesi

Yuvarlanma prosesinde takım $I-I$ ani dönme eksenine göre $S=r_{p1} \phi_1$ kadar öteleme hareketi yaparken dişli taslağı sabit eksen takımının orijinine göre ϕ_1 açısı kadar dönmektedir. S_c koordinat sisteminden S_1 koordinat sistemine dönüşümü sağlayan koordinat dönüşüm matrisi (12) numaralı ifadede verilmiştir.

$$M_{1c} \begin{pmatrix} \cos \phi_1 & \sin \phi_1 & 0 & r_{p1}(\cos \phi_1 & \phi_1 \sin \phi_1) \\ \sin \phi_1 & \cos \phi_1 & 0 & r_{p1}(\sin \phi_1 & \phi_1 \cos \phi_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

Böylelikle, kremayer takım yüzeylerinin geometrik yeri imal edilen dişli çarkın koordinat sisteminde ifade edilir.

$$\mathbf{R}_1^i \quad M_{1c} \quad \mathbf{R}_c^i \quad , (i \quad ac, \dots, fh) \quad (13)$$

Dişli Ana Kanunu gereğince eş çalışan yüzeylerin temas noktalarındaki ortak normalleri $I-I$ ani dönme ekseninden geçmelidir. Eş çalışma denklemi S_c koordinat sisteminde (14) numaralı denklem ile ifade edilir [3].

$$\frac{X_c^i}{n_{xc}^i} \quad \frac{Y_c^i}{n_{yc}^i} \quad \frac{Z_c^i}{n_{zc}^i} \quad (14)$$

X_c^i, Y_c^i ve Z_c^i koordinat sistemi S_c 'de takım-taslak mekanizmasının ani dönme eksen $I-I$ üzerindeki bir noktanın koordinatlarını; x_c^i, y_c^i ve z_c^i kremayer takımın yüzey koordinatlarını; n_{xc}^i, n_{yc}^i ve n_{zc}^i yüzey birim normali n_c^i 'nin doğrultman kosinüslerini, ifade eder.

Kremayer takım ile imal ettiği dişlinin eş çalışma denklemi (14) numaralı denklemin düzenlenmesi ile genel olarak aşağıdaki ifade ile elde edilir.

$$\Phi_1 (y_c^i n_{xc}^i - x_c^i n_{yc}^i) / (r_{p1} n_{xc}^i) \quad (15)$$

İmal edilen dişlinin evolvent, trokoid ve diş tabanı yüzeylerinin matematik modeli (1-6) ve (15) numaralı denklemlerin (13) numaralı denklemde yerlerine konulması ile koordinat sisteminde elde edilmektedir.

DÖNME DÜZLEMİNDE DİŞ PROFİLİ ANALİZİ

Evolvent helisel dişli çark her biri bir öncekine göre helis eğrisini oluşturacak şekilde döndürülmüş çok sayıda ince kalınlıktaki düz dişliler ile tanımlanabilir. Benzer şekilde, beveloid dişli çark her birinin profil kaydırma miktarının bir öncekine göre lineer olarak azaldığı çok sayıda evolvent dişli ile temsil edilebilir. Azalma yönü topuktan (dış alın yüzey) burunadır (iç alın yüzey). Kremayer kesicinin profilinin dönme düzleminde (düzlemi) $X_c - Y_c$ (10) numaralı eşitlikteki üçüncü satır aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$(z_c^i - x_n^i \sin \delta - y_n^i \cos \delta \sin \beta) / (\cos \delta \cos \beta) \quad (16)$$

(10) numaralı denklemdeki ilk iki satırda (16) numaralı denklem yerine konulursa, iki boyutlu imajiner kremayer kesicinin profili z_c 'nin sabit bir değeri için elde edilir ve dönme düzleminde ifade edilebilir.

İki boyutlu profilin $\bar{e}g$ ve $\bar{f}g$ kenarlarının eğimlerinin arctanjantları alınır, dönme düzleminde kavrama açıları aşağıdaki denklemler ile ifade edilir.

$$\alpha_{t1} = \tan^{-1} \frac{\cos \alpha_{n1} \sin \beta \sin \delta - \sin \alpha_{n1} \cos \delta}{\cos \alpha_{n1} \cos \beta} \quad (17-a)$$

$$\alpha_{t2} = \tan^{-1} \frac{\cos \alpha_{n2} \sin \beta \sin \delta - \sin \alpha_{n2} \cos \delta}{\cos \alpha_{n2} \cos \beta} \quad (17-b)$$

Kremayer kesicinin dönme düzlemindeki profili (15) ve (13) numaralı denklemlerdeki yerine konulursa imal edilen dişlinin profili dönme düzleminde elde edilir. Evolvent dişli çark geometrisinden beveloid dişli çarkın temel dairesi yarıçapı aşağıdaki denklem ile ifade edilir.

$$r_{b1} = r_{p1} \cos \alpha_{t1} \quad (18-a)$$

$$r_{b2} = r_{p1} \cos \alpha_{t2} \quad (18-b)$$

Böylelikle beveloid dişli çarkları Z_1 eksen boyunca çeşitli kesitlerinde incelemek mümkündür. Beveloid dişli çarklarda topuk kısmında pozitif profil kaydırma nedeniyle sivri tepe tehlikesi, burun kısmında negatif profil kaydırma nedeniyle alttan kesme tehlikesi vardır. Bu sınırlar nedeniyle diş genişliği koni açısı arttıkça düşük tutulur. Dengeli dişlilerde koni açısı $\delta = 15^\circ$ e kadar alınır [13].

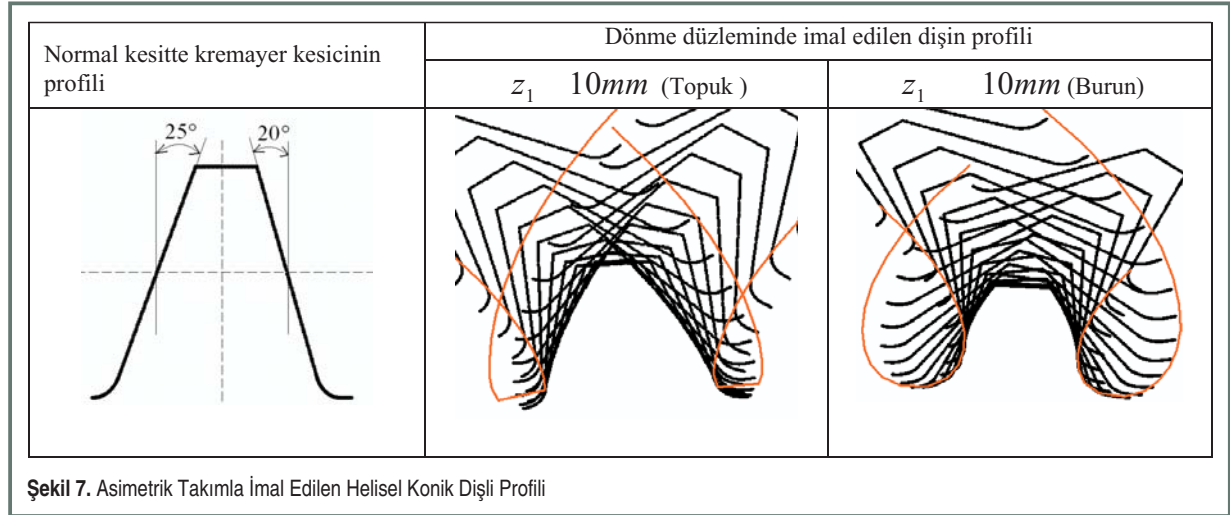
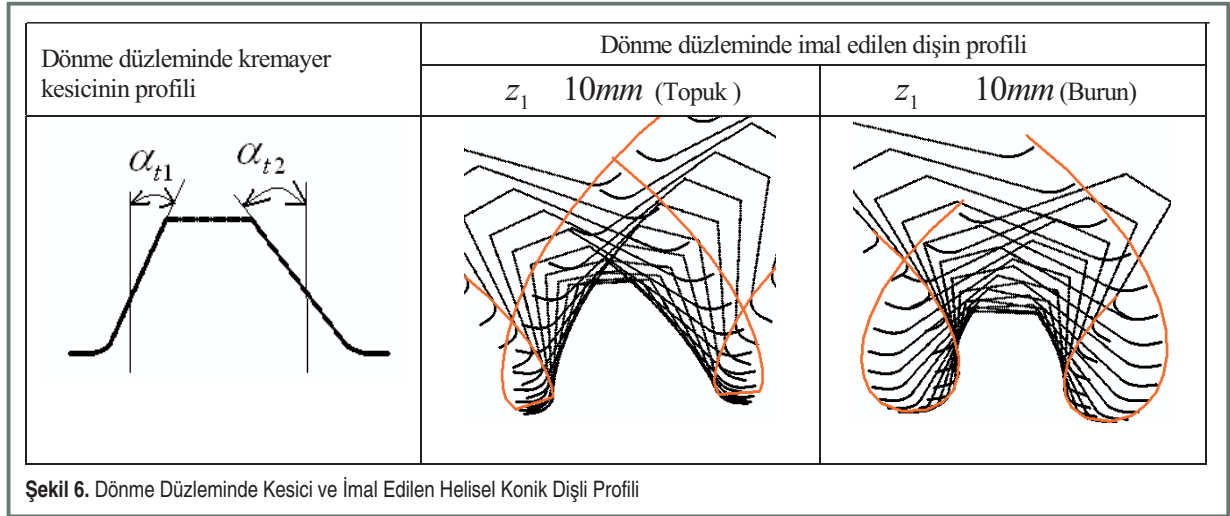
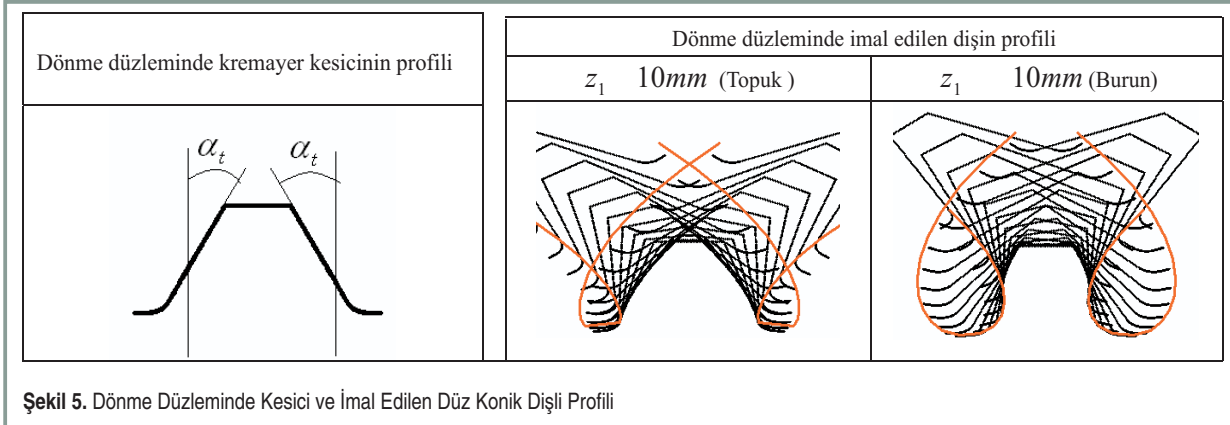
Dişlerin mil eksenlerine konumuna göre düz ve helisel haller için örnekler aşağıda verilmiştir. Tablo 1'de bu çalışmada incelenen beveloid dişli çark için dizayn parametreleri verilmiştir.

Tablo 1'deki dizayn parametreleriyle oluşturulan düz beveloid dişli çark profili Şekil 5'te gösterilmiştir. Bu dişlide dönme düzleminde her iki yanakta kavrama açısı $\alpha_{t1} = \alpha_{t2} = 19.3701^\circ$ olarak hesaplanır. Böylece dönme düzlemindeki profil simetrik ve temel dairesi yarıçapı $r_{b1} = r_{b2} = 47.698 \text{ mm}$ 'dir. Burun kısmına doğru alttan kesme simetrik olarak her iki yanakta görülür.

Tablo 1. Dizayn Parametreleri

Normal modül	$m_n = 4 \text{ mm}$
Yuvarlatma yarıçapı	$r = 0.3 m_n$
Yuvarlatma yarıçapı	$r_2 = r(1 - \sin \alpha_{n1}) / (1 - \sin \alpha_{n2})$
Normal kavrama açısı	$\alpha_{n1} \quad \alpha_{n2} \quad 20^\circ$
Koni açısı	$\delta = 15^\circ$
Diş sayısı	$N_1 = 25$
Diş genişliği	$F = 20 \text{ mm}$

Tablo 1'deki dizayn parametreleriyle oluşturulan helisel beveloid dişlide helis açısı $\beta = 20^\circ$ (sağ helis) alınmıştır. Şekil 6'da dönme düzleminde kesici takımın ve imal edilen dişlinin profilleri gösterilmektedir. Dönme düzleminde kavrama açıları sol yanakta $\alpha_{t1} = 15.6385^\circ$ ve sağ yanakta $\alpha_{t2} = 25.0953^\circ$ olarak hesaplanır. Dönme düzleminde diş profili simetrik değildir. Temel dairesi yarıçapları sırasıyla $r_{b1} = 51.2392 \text{ mm}$ ve $r_{b2} = 48.1862 \text{ mm}$ 'dir. Alttan kesme sol yanakta görülmektedir.



Düz beveloid dişlilerde alttan kesmeyi önlemek için pozitif profil kaydırma yapılabilir. Alttan kesmenin yanaklarda asimetrik olarak görüldüğü helisel beveloid dişlilerde ise imalatta kullanılan kesici takım asimetrik olarak dizayn edilebilir. Şekil 6'da gösterilen durumda takımın sol profil açısı 20°'den daha yüksek alınır. Şekil 7'de asimetrik takımla simülasyon gösterilmektedir. Normal kavrama açıları

$\alpha_{n1}=25^\circ$ ve $\alpha_{n2}=20^\circ$ olarak alınmıştır. Dönme düzleminde kavrama açıları sol yanakta $\alpha_{r1}=21.0629^\circ$ ve sağ yanakta $\alpha_{r2}=25.0953^\circ$ olarak hesaplanır. Temel dairesi yarıçapları sırasıyla $r_{b1}=49.6538 \text{ mm}$ ve $r_{b2}=48.1862 \text{ mm}$ 'dir. Alttan kesme önlenmiştir. Ayrıca $z_1=10 \text{ mm}$ düzleminde (topuk) sivri tepe tehlikesi de oluşmamıştır.

SONUÇ

Litvin'in tesis ettiği vektör yaklaşımı çeşitli tipten konvansiyonel ve modifiye edilmiş dişli çark profillerinin hassas matematik modellenmesini sağlamaktadır. Sunulan bu çalışmada, evolvent profilli dişli çarkların genel matematik modeli ele alınmıştır. Evolvent konik dişli çarkların matematik modeli, evolvent düz konik, helisel ve düz dişli çarkları da ifade etmektedir. İmalat prosesinde kesici takım taslak eksenine göre δ açısıyla eğimlendirildiğinden beveloid dişliler profil kaydırmanın diş genişliği boyunca (topuktan buruna) pozitiften negatife değiştiği alın dişlilerdir. Bu nedenle alttan kesme ve sivri tepe durumları çeşitli kesitler için incelenmelidir. Diş genişliği koni açısı arttıkça düşük tutulur. Dengeli dişlilerde koni açısı $\delta=15^\circ$ e kadar alınır. Verilen matematik model programlanarak bilgisayar ortamına aktarılmış ve çeşitli dizayn parametreleri için program çıktıları bir grafik işleme programı ile görselleştirilmiştir. Böylelikle imalattan önce çeşitli parametrelerin dişli çark geometrisi üzerindeki etkileri hızlı bir şekilde incelenmekte ve gerekirse dizaynda gerekli düzeltmeler yapılabilmektedir. Koni açısının etkisini incelemek için düz ve helisel iki örnek ele alınmıştır. Düz beveloid dişlilerde alttan kesme burun kısmına doğru her iki yanakta simetrik görülmektedir. Helisel beveloid dişlilerde ise, helis yönüne bağlı olarak, aksel kesitte sağ ve sol yanakların kavrama açıları farklı olduğundan düşük kavrama açılı tarafta alttan kesme meydana gelmektedir. Bunu önlemek için kesici takım asimetrik dişli dizayn edilebilir. Ayrıca kesici takımın dişli taslağa göre izafi konumlarının karşılaştırılması, talaş geometrisinin tayin edilmesinde ve buna bağlı olarak takım ömrünün hesabında kullanılabilir. Sunulan yaklaşım ile kullanıcılar çeşitli parametreler için alın düz, alın helisel ve beveloid dişlilerin geometrisini inceleyebilir. Ayrıca mühendislik öğreniminde dişli çarklar ile ilgili görsel materyaller elde edilebilir.

SEMBOLLER

a_c	kremayer takımın dizayn parametresi
a_t	kremayer takımın dizayn parametresi
b_c	kremayer takımın dizayn parametresi
l_i	kremayer takımın kurvilineer koordinatları, $i=a,b,c,d,e,f$
M_{ij}	S_j koordinat sisteminden S_i koordinat sistemine dönüşüm matrisi
m_n	normal modül
n_c	kremayer takım yüzeyinin birim normal vektörü
r	takım ucu yuvarlatma yarıçapı
r_2	takım ucu yuvarlatma yarıçapı
r_{p1}	taksimat daire yarıçapı
S	kremayer takımın ötelenme mesafesi

S_i	koordinat sistemleri, ($i=h,c,l$), h sabit, c hareketli takım, l hareketli taslak
α_{n1}	normal kavrama açısı
α_{n2}	normal kavrama açısı
β	helis açısı
δ	koni açısı
ϕ_1	dişli taslağın yuvarlanma açısı

KAYNAKÇA

1. **Tsay, C. B. ve Liu, C. C.** 2002. "Contact Characteristics of Beveloid Gears", Mechanism and Machine Theory, Cilt 37, 333-350.
2. **Brauer, J.** 2004. "A General Finite Element Model of Involute Gears", Finite Elements in Analysis and Design, Cilt 40, 1857-1872.
3. **Litvin, F. L., Fuentes, A.** 2004. Gear Geometry and Applied Theory, Cambridge University Press, Cambridge.
4. **Liu, C. C., Tsay, C. B.** 2001. "Tooth Undercutting of Beveloid Gears", Journal of Mechanical Design, Cilt 123, 569-576.
5. **Tseng, R. T. ve Tsay, C. B.** 2001. "Mathematical Model and Undercutting of Cylindrical Gears with Curvilinear Shaped Teeth", Mechanism and Machine Theory, Cilt 36, 1189-1202.
6. **Li, J. L., Chiou, S. T.** 2005. "Surface Design and Tooth Contact Analysis of an Innovative Modified Spur Gear with Crowned Teeth", Journal of Mechanical Engineering Science, Cilt 219, No 2, s. 193-207.
7. **Yang, S. C.** 2005. "Mathematical Model of a Helical Gear with Asymmetric Involute Teeth and Its Analysis", International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Cilt 26, No 5-6, 448-456.
8. **Chen, C. F., Tsay, C. B.** 2005. "Tooth Profile Design for the Manufacture of Helical Gear Sets with Small Numbers of Teeth", International Journal of Machine Tools and Manufacture, Cilt 45, No 12-13, 1531-1541.
9. **Fetvacı, M.C., İmrak, C.E.** 2007. "Asimetrik Evolvent Düz Dişli Çarkların Matematik Modellenmesi ve İmalat Simülasyonu," Sigma Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi, Cilt 25, No 4, 329-337.
10. **Fetvacı, C., İmrak, C.E.** 2007. "Kremayer Takım ile Evolvent Düz Dişli Çarkların İmalat Simülasyonu," Mühendis ve Makina, Cilt 48, No 572, 9-15.
11. **Vedmar, L., Andersson C., Stahl, J. E.** 2009. "A Parametric Analysis of the Undeformed Chip Geometry in Gear Hobbing," Journal of Manufacturing Science and Engineering, Cilt 131, No 6, 061003.
12. ISO53 (1974) Cylindrical Gears For General and Heavy Engineering-Basic Rack, International Organization for Standardization, Switzerland
13. **Börner, J., Humm, K. ve Joachim, F.** 2005. "Development of Conical Involute Gears (Beveloids) for Vehicle Transmission", Gear Technology, Cilt 22, No 6, 28-35.