

YUVARLANMA METODU İLE İMAL EDİLEN ASİMETRİK EVOLVENT DÜZ DİŞLİLERİN BİLGİSAYAR SİMÜLASYONU*

Cüneyt FETVACI

*Yrd. Doç. Dr., İstanbul Üniversitesi,
Mühendislik Fakültesi,
Konstrüksiyon Anabilim Dalı,
Avcılar- İstanbul
fetvacic@istanbul.edu.tr*

ÖZET

Bu çalışmada yuvarlanma metodu ile imal edilen düz dişli çarkların bilgisayar simülasyonu ele alınmaktadır. Dişli teorisi esas alınarak asimetrik evolvent profilli kesici takımların ve imal edilen dişlilerin matematik modelleri verilmiştir. Diş açma prosesinde kesici takım ucunun trokoid yörüngeleri incelenmiştir. Matematik modellerden hareketle bilgisayar programları geliştirilmiş ve asimetrik evolvent düz dişlilerin bilgisayar grafikleri elde edilmiştir. Pinyon-tipi takım ve kremayer-tipi takımlarda yuvarlatılmış uçlarındaki geometrik farklılıkların trokoidal yörüngelerin imal edilen çarkın diş boşluğu merkez doğrusuna göre konumunu tayin ettiği görülmüştür. Ayrıca kesici takımın taslağa göre izafi konumları görselleştirilmiştir. Böylelikle çeşitli tasarım parametrelerin dişli çark geometrisi üzerindeki etkileri imalattan önce incelenebilir.

Anahtar Kelimeler: Asimetrik evolvent, düz dişli, kremayer takım, pinyon takım, yuvarlanma simülasyon

Computer Simulation of Asymmetric Involute Spur Gears Manufactured by Generating-Type Cutters

ABSTRACT

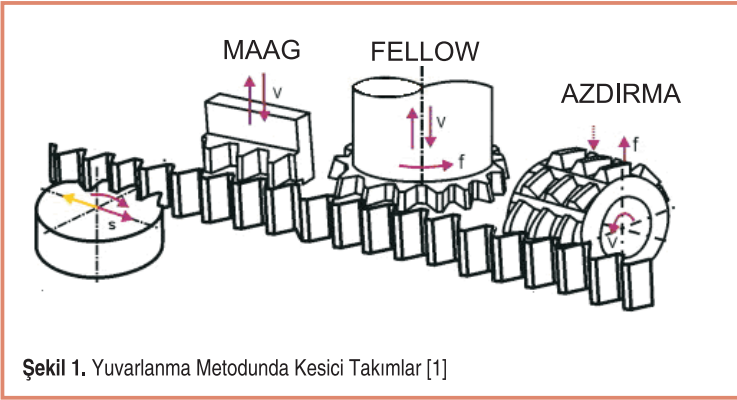
This paper studies the computerized tooth profile generation of spur gears cut with generating-type cutters. Based on the theory of gearing the mathematical models of generating cutters and generated gears with asymmetric involute teeth are given. Trochoidal envelope traced by cutter during the generating process is investigated. Computer simulation programs are developed to generate the tooth profile of asymmetric involute gears and to illustrate the effect of tool geometry on generated surfaces. The geometric varieties of the rounded corner of the rack and pinion-type cutters determine the position of trochoidal paths relative to the center line of the tooth space of the generated gear.

Keywords : Asymmetric involute, spur gear, rack cutter, pinion cutter, generation simulation

* Geliş tarihi : 23.03.2011
Kabul tarihi : 10.05.2011

GİRİŞ

Paralel miller arasında güç ileten dişli çarklarda evolvent profil yaygın olarak kullanılmaktadır. Kavrama eğrisinin bir doğru, kavrama açısının sabit olması ve eksenler arası mesafelerdeki oynamalara tolerans göstermesi evolventin diş profili olarak tercih edilmesinin ana nedenleridir. Dişlilerin seri imalatında yuvarlanma metodunu esas alan takımlar kullanılmaktadır. Verilen bir modülde tüm diş sayılarında imalat olanağı sağlayan bu takımlar kremayer, azdırma ve pinyon şeklinde takım olarak gruplandırılmaktadır [1,2].



Şekil 1. Yuvarlanma Metodunda Kesici Takımlar [1]

Şekil 1'de görüldüğü üzere yuvarlanma metodunda kesici takım ile taslak arasında izafi hız vardır. Takım ile dişli taslağı senkronize hareket ederler. Takımın taslağı şekillendirmesinin matematik modellenmesini ele alan çalışmalar literatürde mevcuttur [3-12]. Bu matematik modellerin uygun programlanması ile dişli çarkların bilgisayar simülasyonu gerçekleştirilmektedir. Bir diş profili çeşitli eğrilerden meydana gelmektedir. Diş tabanında daire yayı, dişkökünde trokoid eğrisi ve yanakta evolvent eğrisi diş profilini oluşturmaktadır. Kesici takım profilinde bu bölgeleri imal edecek şekilde tasarlanmaktadır. Litvin kesici takımın vektörel ifadesinden hareketle koordinat dönüşüm, diferansiyel geometri ve dişli analitik mekaniği prensiplerini kullanarak hemen her tipten dişlinin yuvarlanma metodu takımlar ile imalatının matematik modellerini sunmuştur [6]. Litvin'in bu yaklaşımını esas alarak standart ve modifiye edilmiş profilli dişlileri ele alan çalışmalar literatürde sunulmaktadır [7-12]. Taşlama veya raspalama paylı takımla imalat, bombeli diş ve asimetric profil gibi modifikasyonlar da yuvarlanma simülasyonuna uygun olarak matematik modellenebilmektedir [7,10-12]. Asimetric dişlilerde tahrik ve arka yanaklar farklı açılı tasarlanmaktadır. Mekanizma boyut ve ağırlık bakımından optimize edilir ve yük taşıma kapasitesinde artış sağlanır [13].

Dişli çarkın eğilme mukavemetini kök geometrisi belirlemektedir. Kök geometrisi imalatında kullanılan kesici takımın uç geometrisine bağlıdır. Kesici takımların uçları

keskin köşeli, köşeleri yuvarlatılmış ve tam yuvarlak olabilmektedir. Uygulamada çoğunlukla köşeleri yuvarlatılmış takımlar kullanılmakta, yüksek performans gerektiren hallerde ise tam yuvarlak uçlu takımlar tercih edilmektedir. Yuvarlanma metodunda kullanılan takımların çeşitli uç halleri için matematik ifadeleri çeşitli çalışmalarda sunulmaktadır [3-4,14]. Diş açma prosesinde takım ucunun eğrilik merkezi birincil trokoid yörüngesi takip etmektedir. Takım ucu ise diş kök geometrisini tayin eden ikincil trokoid yörüngesi takip eder [15]. Bu iki yörünge paralel eğrilerdir ve aralarındaki mesafe takımın yuvarlatılmış ucunun eğrilik yarıçapı kadardır. Alipiev, simetric ve asimetric evolvent profilli dişlileri imal eden kremayer takımların yuvarlatılmış uçlarının geometrik çeşitliliklerini incelemiştir [16,17]. Çeşitli uç tipi ve baş boşluğuna göre tasarımı mümkün olan haller bir tablo ile görselleştirilmiştir. Fetvacı, Yang [10-11]'in kremayer-tipi takım matematik modelinden hareketle sivri uçlu takım içinde standart diş yüksekliğini veren düzenleme yapmış ve alttan kesmeyi önleyecek profil kaydırma miktarını sivri uçlu takım ve köşelerinden yuvarlatılmış uçlu takım için karşılaştırmıştır [18]. Simetric ve asimetric evolvent profilli dişlilerin bilgisayar simülasyonunu ele alan diğer bazı çalışmalarda da kremayer takımın sivri, yuvarlatılmış ve tam yuvarlak uçlu halleri için incelemeler yapılmıştır [19-22].

Literatürde çeşitli bilgisayar programlarıyla diş profili oluşturan çalışmalar sunulmaktadır. Tang vd. Autolisp programı ve AutoCAD yazılımı kullanarak kremayer ve pinyon takımlarla evolvent profilli dişlileri parametric modelleyen ve dişli taslağın dinamik şekillendirilmesini görselleştiren metotlar sunmuştur [23]. Çalışmada bütün takımlar için sivri uçlu hâl göz önüne alınmıştır. Fetvacı ve İmrac, Yang [10-11]'in matematik modelinden hareketle asimetric evolvent düz dişlilerin kremayer-tipi takımla imalatının matematik modellenmesini ele almışlar ve trokoidal yörünge denklemlerini sunmuşlardır [12]. Ayrıca imalatında kesici takımın taslağa göre izafi konumlarını görselleştirmişlerdir. Fetvacı [24], eliptik dişlilerin evolvent düz pinyon-tipi simetric takımla imalatı için Chang ve Tsay'in sunduğu matematik modeli [8], dönüşümleri sadeleştirerek asimetric düz dişli profili oluşturmak için adapte etmiştir. Çalışmada ilave olarak tam yuvarlatılmış uç hali de göz önüne alınmış ve çeşitli haller için trokoidal yörüngeler ve takım izafi konumları görselleştirilmiştir [24].

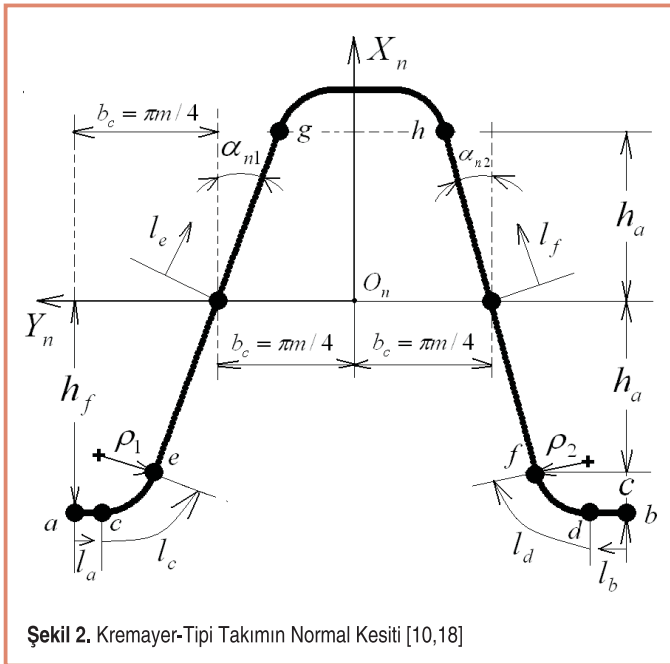
Bu çalışmada yaygın olarak kullanılan kremayer-tipi takım ve pinyon-tipi takımla dişli imalatının bilgisayar simülasyonu ele alınmıştır. Takım geometrisindeki çeşitlilikler detaylı incelenmiştir. Takım uç geometrisini belirleyen çeşitli parametrelerin etkilerini incelemek üzere bilgisayar programları geliştirilmiş ve program çıkış dosyaları görselleştirilmiştir. Çalışmanın ikinci bölümünde kesici takım

geometrileri ve matematik modelleri verilmiştir. Takım-taslak arasındaki koordinat bağı üçüncü bölümde ele alınmıştır. İmal edilen yüzeylerin matematik modelleri verilmiştir. Dördüncü bölümde takım uçlarının trokoid yörüngelerinin matematik modelleri incelenmiştir. Çalışmanın beşinci bölümünde gerek kremayer ve gerekse pinyon tipi takımlarda geometrik özellikleri tablolarda verilen çeşitler uygun parametrelerle programa girilmiş ve sonuçlar görselleştirilmiştir. Uç eğrilik merkezlerin konumu ve eğrilik yarıçaplarının değerleri incelenerek, çeşitli durumlar için karşılaştırmalar yapılmıştır.

KESİCİ TAKIM GEOMETRİSİ

Kremayer-tipi Kesici Takım Geometrisi

Asimetrik dişli kremayer-tipi kesici takımın normal kesiti Şekil 2'de gösterilmiştir. $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$ koordinat sisteminin orijini kremayer takım diş boşluğunun ortasına konumlandırılmıştır. Y_n eksenini taksimat hattındadır. Takım sağ ve sol yanlarda referans eksenine göre farklı açılı düz uç, yuvarlatılmış köşe ve aktif kenardan oluşmaktadır. Düz uçlar dişli çarkın tabanını, yuvarlatılmış köşeler çarkın dış kökünü ve aktif kenarlarda evolvent yüzeyleri oluşturmaktadır.



Şekil 2. Kremayer-Tipi Takımın Normal Kesiti [10,18]

Kesici takımın $\bar{c}\bar{e}$ ve $\bar{d}\bar{f}$ bölgeleri imal edilen dişli çarkın dış kökünü tayin eder. Bu bölgelerin yer vektörleri $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$ koordinat sisteminde aşağıdaki denklemlerle ifade edilir [10].

$$\mathbf{R}_n^{ce} = \begin{Bmatrix} x_n^{ce} \\ y_n^{ce} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -h_a + \rho_1 \sin \alpha_{n1} - \rho_1 \cos l_c \\ b_c + h_a \tan \alpha_{n1} + \rho_1 \cos \alpha_{n1} - \rho_1 \sin l_c \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\mathbf{R}_n^{df} = \begin{Bmatrix} x_n^{df} \\ y_n^{df} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -h_a + \rho_2 \sin \alpha_{n2} - \rho_2 \cos l_d \\ -b_c - h_a \tan \alpha_{n2} - \rho_2 \cos \alpha_{n2} + \rho_2 \sin l_d \end{Bmatrix} \quad (2)$$

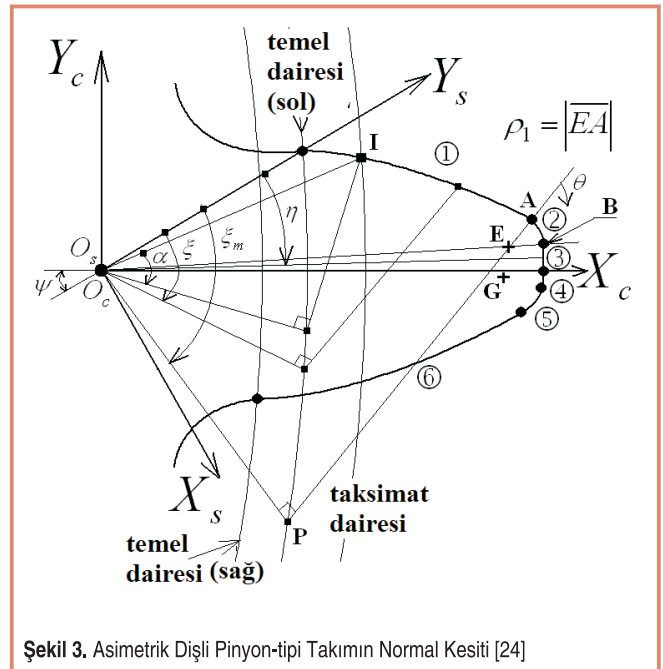
Kesici takımın $\bar{e}\bar{g}$ ve $\bar{f}\bar{h}$ bölgeleri asimetrik sol ve sağ evolvent yüzeylerini sırasıyla oluşturmaktadır. Şekil 2'de görüldüğü üzere, l_e parametresi $\bar{e}\bar{g}$ bölgesindeki bir noktanın yerini $-h_a / \cos \alpha_{n1} \leq l_e \leq h_a / \cos \alpha_{n1}$ aralığında tayin etmektedir. Benzer şekilde l_f parametresi $\bar{f}\bar{h}$ bölgesinde bir noktanın yerini $-h_a / \cos \alpha_{n1} \leq l_f \leq h_a / \cos \alpha_{n1}$ aralığında tayin etmektedir. $\bar{e}\bar{g}$ ve $\bar{f}\bar{h}$ bölgelerinin yer vektörleri S_n koordinat sisteminde aşağıdaki ifadelerle tayin edilir [10].

$$\mathbf{R}_n^{eg} = \begin{Bmatrix} x_n^{eg} \\ y_n^{eg} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} l_e \cos \alpha_{n1} \\ b_c - l_e \sin \alpha_{n1} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{R}_n^{fh} = \begin{Bmatrix} x_n^{fh} \\ y_n^{fh} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} l_f \cos \alpha_{n1} \\ -b_c + l_f \sin \alpha_{n1} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Pinyon-tipi Kesici Takım Geometrisi

Chang ve Tsay'in [8] sundukları köşelerinden yuvarlatılmış simetrik evolvent dişli pinyon takım matematik modeli asimetrik dişliye adapte edilmiş, takım normal kesiti Şekil 3'te gösterilmiştir. Takımın 1 ve 6 numaralı bölgeleri dişlinin evolvent yanaklarını, dairesel yay formunda 2 ve 5 numaralı bölgeleri dişlinin köklerini, düz çizgi 3 ve 4 numaralı bölgeleri dişlinin tabanını oluşturmaktadır [8,24].



Şekil 3. Asimetrik Dişli Pinyon-tipi Takımın Normal Kesiti [24]

Pinyon-tipi takımın evolvent formda 1. ve 6. bölgeleri imal edilen dişli çarkın evolvent yüzeylerini oluşturmaktadır. Şekil 3'te gösterildiği üzere, ξ parametresi takımın evolvent bölgesindeki bir noktanın yerini $0 \leq \xi \leq \xi_m$ aralığında tayin etmektedir. S_s koordinat sisteminde 1. bölgenin yer vektörü aşağıdaki ifadeyle tayin edilir [8].

$$\mathbf{R}_s^1 = \begin{Bmatrix} x_s^1 \\ y_s^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_b \sin \xi - r_b \xi \cos \xi \\ r_b \cos \xi + r_b \xi \sin \xi \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Bu denklemde r_b temel dairesi yarıçapıdır.

Pinyon-tipi takımın 2. ve 5. bölgeleri imal edilen dişli çarkın kök yüzeylerini oluşturmaktadır. Şekil 1'de gösterildiği üzere, θ parametresi takımın yuvarlatılmış üst köşe bölgesindeki bir noktanın yerini tayin etmektedir ve $0 \leq \theta \leq \pi/2 - \tan^{-1}(\xi_m - (\rho_1 / r_b))$ aralığında değişmektedir. S_s koordinat sisteminde 2. bölgenin yer vektörü aşağıdaki denklemle ifade edilebilir [8].

$$\mathbf{R}_s^2 = \begin{Bmatrix} r_b \sin \xi_m - r_b \xi_m \cos \xi_m + \rho_1 \cos \xi_m + \rho_1 \cos(\theta + \xi_m) \\ r_b \cos \xi_m + r_b \xi_m \sin \xi_m - \rho_1 \sin \xi_m + \rho_1 \sin(\theta + \xi_m) \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Kartezyen bileşenleri elde etmek için koordinat dönüşümüne gerek vardır. Referans koordinat sisteminde elde edilen yer vektörleri aşağıdaki koordinat dönüşüm matrisinin uygulanmasıyla S_c takım koordinat sistemine dönüştürülür [6,8].

$$\mathbf{R}_c^i = \begin{Bmatrix} x_c^i \\ y_c^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \psi & -\cos \psi \\ \cos \psi & \sin \psi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_s^i \\ y_s^i \end{Bmatrix} \quad (7)$$

Bu denklemde ψ pinyon kesicinin temel dairesindeki yarı diş kalınlığıdır ve $\psi = \pi/2 N_s + \tan \alpha - \alpha$ olarak hesaplanır.

Kesici takımın sağ profilindeki bölgeler ise uygun profil açısı ve işaretlerle benzer şekilde hesaplanır.

İMAL EDİLEN DİŞLİ GEOMETRİSİ

Litvin'in vektör metodunda [6], takımın vektörel ifadesinden hareketle, koordinat dönüşüm, diferansiyel geometri ve dişli ana kanunu uygulanarak imal edilen dişlinin matematik modeli elde edilir. Bu modelde, kesici takımın geometrik yeri ve eş çalışma denklemi eşzamanlı çözülür. Bu çalışmada ele alınan kremayer-tipi takım ve pinyon-tipi takımla diş açmada yuvarlanma mekanizmaları Şekil 4'te gösterilmiştir [6, 8, 10, 12, 20].

Kremayer-tipi Takımla İmalat

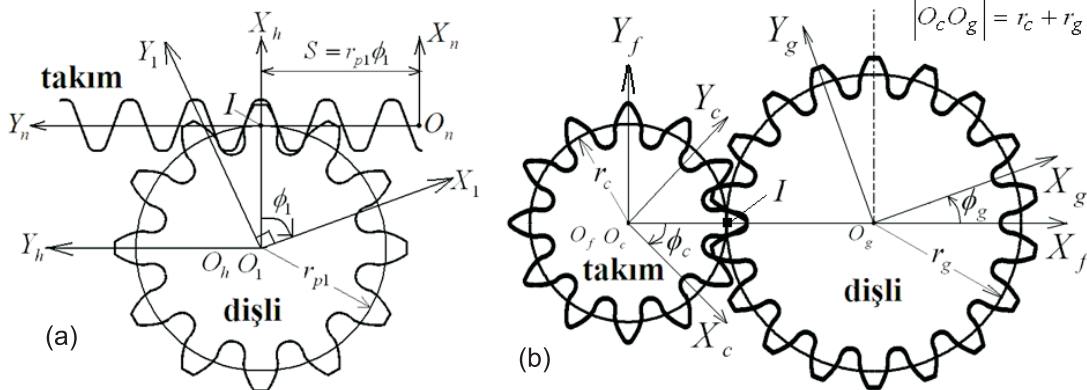
Yuvarlanma prosesinde kremayer takım I ani dönme merkezine göre $S = r_{p1} \phi_1$ kadar öteleme hareketi yaparken dişli taslağı S_h sabit eksen takımının orijinine göre ϕ_1 açısı kadar dönmektedir. S_n takım koordinat sisteminden S_1 taslak koordinat sistemine dönüşümü sağlayan koordinat dönüşüm matrisi (8) numaralı ifadeyle verilmiştir [6].

$$[M_{1n}] = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 & -\sin \phi_1 & r_{p1}(\cos \phi_1 + \phi_1 \sin \phi_1) \\ \sin \phi_1 & \cos \phi_1 & r_{p1}(\sin \phi_1 - \phi_1 \cos \phi_1) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Böylelikle, kremayer takım yüzeylerinin geometrik yeri imal edilen dişli çarkın koordinat sisteminde ifade edilir [6].

$$\mathbf{R}_1^i = [M_{1n}] \mathbf{R}_c^i, \quad (i = ac \sim fh) \quad (9)$$

Dişli Ana Kanunu gereğince kremayer kesicinin alın kesiti ile dişli taslağın yüzeyinin müşterek normali ani dönme merkezinden geçmelidir. Bu kanunun matematiksel ifadesi olan eş çalışma denklemi S_n koordinat sisteminde (10) numaralı denklemiyle ifade edilebilir [6].



Şekil 4. Yuvarlanma Mekanizmaları a) Kremayer-Taslak b) Pinyon Takım-Taslak

$$\frac{X_n^i - x_n^i}{n_{xn}^i} = \frac{Y_n^i - y_n^i}{n_{yn}^i} \quad (10)$$

X_n^i ve Y_n^i koordinat sistemi S_n 'de takım-taslak mekanizmasının ani dönme eksenini I-I üzerindeki bir noktanın koordinatlarını; x_n^i ve y_n^i kremayer takımın yüzey koordinatlarını; n_{xn}^i ve n_{yn}^i yüzey birim normali n_c^i 'nin doğrultman kosinüslerini, ifade eder. ϕ_1 yuvarlanma parametresini ve r_{p1} imal edilen dişli çarkın taksimat dairesini gösterir.

Pinyon-tipi Takımla İmalat

Pinyon takım ile imal edilen dişli çark arasındaki koordinat bağları Şekil 4-b'de gösterilmiştir. $S_c(X_c, Y_c)$ pinyon takımın koordinat sistemi, $S_g(X_g, Y_g)$ imal edilen çark dişlisinin koordinat sistemi ve $S_f(X_f, Y_f)$ sabit olan referans koordinat sistemidir. Yuvarlanma prosesinde pinyon takım ϕ_c açısı kadar dönerken imal edilen çark ise ϕ_g açısı kadar dönmektedir. I noktası ani dönme merkezidir. Kesici takımın ve imal edilen dişlinin standart taksimat dairesi yarıçapları sırasıyla r_c ve r_g sembollerıyla gösterilmektedir. S_c takım koordinat sisteminden S_g taslak koordinat sistemine dönüşümü sağlayan koordinat dönüşüm matrisi (11) numaralı ifadede verilmiştir [6].

$$[M_{gc}] = \begin{bmatrix} \cos(\phi_c + \phi_g) & \sin(\phi_c + \phi_g) & -(r_c + r_g) \cos \phi_g \\ -\sin(\phi_c + \phi_g) & \cos(\phi_c + \phi_g) & (r_c + r_g) \sin \phi_g \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Böylelikle, pinyon takım yüzeylerinin geometrik yeri imal edilen dişli çarkın koordinat sisteminde ifade edilir [6].

$$R_g^i = [M_{gc}] R_c^i, \quad (i=1, \dots, 6) \quad (12)$$

Dişli Ana Kanunu gereğince eşlenik diş profillerinin temas noktasındaki müşterek normali izafi ani dönme merkezinden (yuvarlanma dairelerinin değme noktası) geçmelidir. Bu Kanun'un matematiksel ifadesi eş çalışma denklemi S_c koordinat sisteminde (13) numaralı denklemde verilmiştir [6].

$$\frac{X_c^i - x_c^i}{n_{cx}^i} = \frac{Y_c^i - y_c^i}{n_{cy}^i} \quad (13)$$

Ani dönme merkezinin S_c koordinat sisteminde ifade edilen yer vektörü (14) numaralı denklemde gösterilmektedir [8].

$$\begin{Bmatrix} X_c^i \\ Y_c^i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_c \cos \phi_c \\ r_c \sin \phi_c \end{Bmatrix} \quad (14)$$

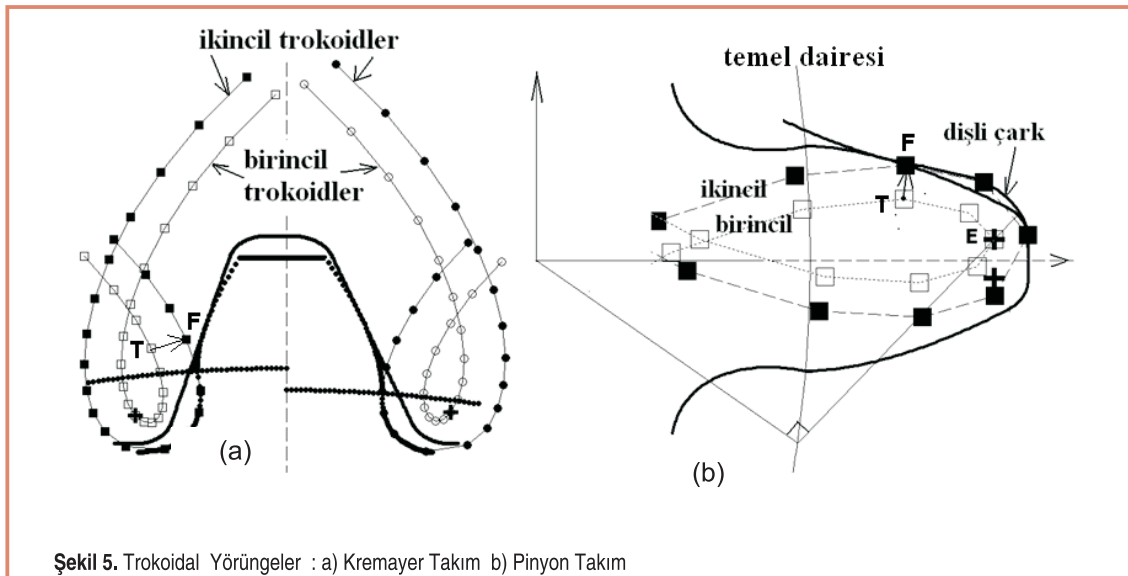
İmal edilen dişli çarkın matematik modeli ise pinyon kesici takımın geometrik yeri ile eş çalışma denkleminin bir kombinasyonudur. (12) ve (13) numaralı denklemler eşzamanlı çözülerek imal edilen dişli çark yüzeylerinin matematik modeli elde edilir.

TAKIM UCUNUN TROKOİDAL YÖRÜNGESİ

Kesici takımın yuvarlatılmış ucu imal edilen dişlinin diş kökünü tayin etmektedir. Diş açma prosesinde takımın yuvarlatılmış ucunun eğrilik merkezinin yörüngesi bir trokoid eğrisidir. Bu eğri birincil trokoid eğrisi olarak adlandırılır. Birincil trokoid eğrisine uç eğrilik merkezi mesafesinde paralel olan eğri ikincil trokoid olarak adlandırılır ve diş kökünün şeklini oluşturur. Şekil 5'de takımların trokoidal yörüngeleri gösterilmiştir.

Kremayer-tipi Kesici Takımın Uç Yörüngesi

Şekil 5-a'da kremayer takımla imalatta trokoidal yörüngeler



Şekil 5. Trokoidal Yörüngeler : a) Kremayer Takım b) Pinyon Takım

gösterilmiştir. Birincil trokoide ait T noktasının kartezyen koordinatları, bu çalışmada verilen matematik modele uygun olarak, aşağıdaki ifadeyle hesaplanır [6,12].

$$\begin{cases} x_T \\ y_T \end{cases} = \begin{cases} x_{T_0} \cos \phi_1 - y_{T_0} \sin \phi_1 + r_{p1}(\phi_1 \sin \phi_1 + \cos \phi_1) \\ x_{T_0} \sin \phi_1 + y_{T_0} \cos \phi_1 + r_{p1}(-\phi_1 \cos \phi_1 + \sin \phi_1) \end{cases} \quad (15)$$

Bu denklemde $x_{T_0} = -h_a + \rho_1 \sin \alpha_{n1}$ ve $y_{T_0} = b_c + h_a \tan \alpha_{n1} + \rho_1 \cos \alpha_{n1}$ takım ucu eğrilik merkezinin koordinatlarıdır. İkincil trokoide ait bir noktanın koordinatları da aşağıdaki ifadeyle hesaplanır [6,12].

$$\begin{cases} x_F \\ y_F \end{cases} = \begin{cases} x_T \\ y_T \end{cases} + \begin{cases} \rho_1 \sin(\gamma - \phi_1) \\ \rho_1 \cos(\gamma - \phi_1) \end{cases} \quad (16)$$

Burada $\gamma = \arctan(x_{T_0} / (y_{T_0} - p_1 \phi_1))$ ve ρ_1 takım ucunun yuvarlatma yarıçapıdır. Birincil ve ikincil trokoid eğrileri takım ucu yuvarlatma yarıçapı mesafeli iki eş-mesafeli (equidistant) eğridir.

Pinyon-tipi Kesici Takımın Uç Yörüngesi

Pinyon takımla imalatta dış dişli durumunda epitrokoid, iç dişli durumunda ise hipotrokoid eğrileri söz konusudur. Şekil 5-b'de pinyon takım ucunun dış dişli imalatındaki yörüngeleri gösterilmiştir. Dış açma prosesinin bilgisayar simülasyonunda kesici takımın taksimat dairesi sabit taslak dairesinin üzerinde yuvarlanmaktadır. Takım ucunun eğrilik merkezi yuvarlanma dairesine bağlı olduğundan epitrokoid yörüngeyi takip eder. Bu eğri birincil trokoid olarak adlandırılır.

Takım ucu eğrilik merkezinin kartezyen koordinatları x_E ve y_E , (6) ve (7) numaralı denklemlerden düzenlenerek, aşağıdaki şekilde yazılabilir [8].

$$\begin{cases} x_E \\ y_E \end{cases} = \begin{cases} r_b \cos(\xi_m - \psi) + r_b \xi_m \sin(\xi_m - \psi) - \rho_1 \sin(\xi_m - \psi) \\ -r_b \sin(\xi_m - \psi) + r_b \xi_m \cos(\xi_m - \psi) - \rho_1 \cos(\xi_m - \psi) \end{cases} \quad (17)$$

Birincil trokoid eğrisi (11) numaralı denklemde verilen dönüşüm matrisi uygulanarak aşağıdaki şekilde ifade edilir [6,24].

$$\begin{cases} x_E \\ y_E \end{cases} = \begin{cases} r_b \cos(\xi_m - \psi) + r_b \xi_m \sin(\xi_m - \psi) - \rho_1 \sin(\xi_m - \psi) \\ -r_b \sin(\xi_m - \psi) + r_b \xi_m \cos(\xi_m - \psi) - \rho_1 \cos(\xi_m - \psi) \end{cases} \quad (18)$$

İkincil trokoid birincil trokoid eğrisine pinyon kesici takım ucu eğrilik yarıçapı ρ_1 kadar eş-mesafeli bir eğridir. Sonuç olarak ikincil trokoide ait bir noktanın koordinatları aşağıdaki denklemlerle hesaplanır [24].

$$x_F = x_T + \frac{\rho_1 y_T'}{\sqrt{x_T'^2 + y_T'^2}} \quad (19)$$

$$y_F = y_T - \frac{\rho_1 x_T'}{\sqrt{x_T'^2 + y_T'^2}} \quad (20)$$

Bu denklemlerde ρ_1 pinyon kesici takım yuvarlatılmış ucunun eğrilik yarıçapı, $x_T' = dx_T/d\phi_c$ ve $y_T' = dy_T/d\phi_c$ yuvarlanma parametresine göre türevlerdir.

BİLGİSAYAR UYGULAMALARI

İmal eden ve imal edilen yüzeylerin matematik modelleri uygun bir programlama dili ile bilgisayar ortamına aktarılabilir. Programın çıkış dosyaları bir grafik işleyici programda değerlendirilerek görselleştirilebilir. Bu çalışmada matematik modellerin programlanmasında GW-BASIC derleyici kullanılmış ve çıkış dosyaları GRAPHER 2-Boyutlu grafik işleme programında ve ANSYS önilemci modülünde görselleştirilmiştir. Çeşitli tasarım parametrelerinin imal edilen dişli çarklardaki etkilerini inceleyen örnekler aşağıda verilmektedir.

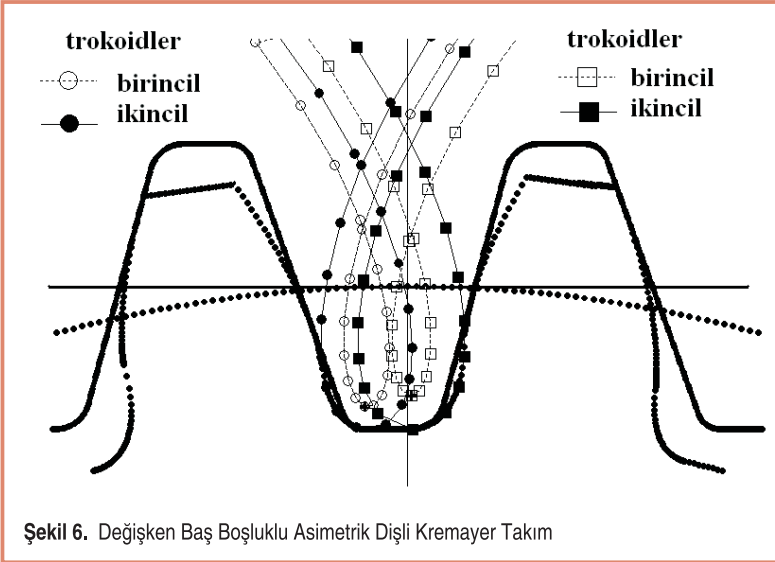
Kremayer-tipi Kesici Takımla Simülasyon

Tablo 1'de görüldüğü üzere Tip 1a, değişken baş boşluklu durumda kavrama açısı büyük olan kenarın uç yuvarlatma yarıçapı ve baş boşluğu küçüktür. Bu halde taksimat hattında takım diş yarı kalınlıkları farklıdır. Takım profili, imal edilen diş profili ve trokoid yörüngeler Şekil 6'da gösterilmiştir.

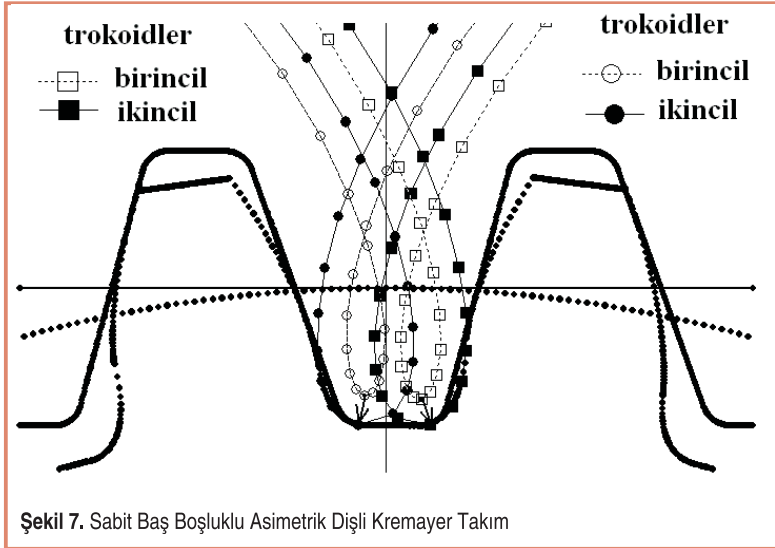
Şekil 2'de gösterilen ve Tablo 1'de Tip 1b olarak sınıflandırılan sabit baş boşluklu asimetric takım halinde kavrama açısı büyük olan tarafın uç yuvarlatma yarıçapı büyüktür. Taksimat hattında diş yarı kalınlıkları eşittir. Bu takımın diş baş boşluğu ve yuvarlatma yarıçapları arasında $c = \rho_1 \sin \alpha_1 = \rho_2 \sin \alpha_2$ bağıntısı vardır. Takım profili, imal edilen diş profili ve trokoid yörüngeler Şekil 7'de gösterilmiştir.

Tablo 1. Kremayer Takımda Uç Geometri (16)

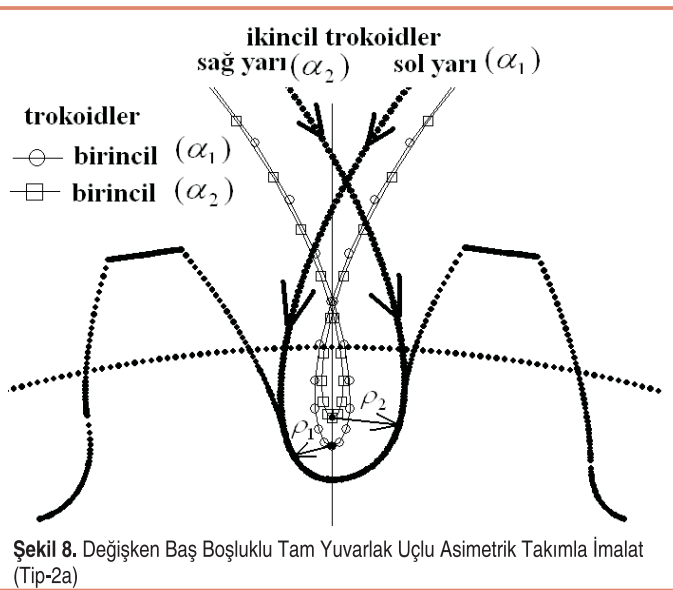
		a	b
		$c_2 > c_1$	$c_1 = c_2$
1	$mn > \rho_1 \cos \alpha_1 + \rho_2 \cos \alpha_2$		
2	$mn = \rho_1 \cos \alpha_1 + \rho_2 \cos \alpha_2$		



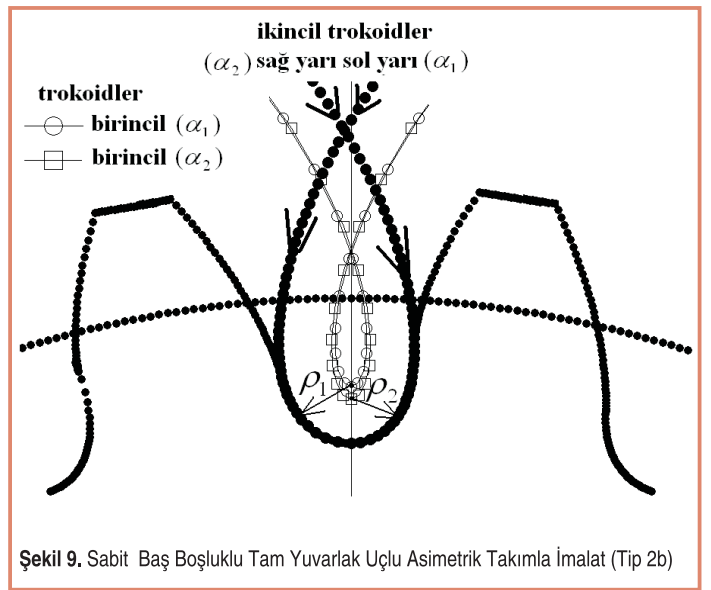
Şekil 6. Değişken Baş Boşluklu Asimetrik Dişli Kremayer Takım



Şekil 7. Sabit Baş Boşluklu Asimetrik Dişli Kremayer Takım



Şekil 8. Değişken Baş Boşluklu Tam Yuvarlak Uçlu Asimetrik Takımla İmalat (Tip-2a)



Şekil 9. Sabit Baş Boşluklu Tam Yuvarlak Uçlu Asimetrik Takımla İmalat (Tip 2b)

Tablo 1'de Tip 2a olarak sınıflandırılan tam yuvarlak uçlu asimetrik takımında kavrama açısı büyük olan kenarın uç yuvarlatma yarıçapı ve baş boşluğu küçüktür. Taksimat hattında diş yarı kalınlıkları eşittir. Uç eğrilik merkezleri takım diş merkez doğrusu üzerindedir. Şekil 8'de imal edilen diş profili, birincil ve ikincil trokoidler gösterilmiştir. Görsel netlik amacıyla ikincil trokoidlerin sadece diş kökünü tayin eden yarıları gösterilmektedir.

Tablo 1'de Tip 2b olarak sınıflandırılan sabit baş boşluklu tam yuvarlak uçlu asimetrik takımında kavrama açısı büyük olan kenarın uç yuvarlatma yarıçapı büyüktür. Şekil 9'da gösterilen bu hâlde taksimat hattında takım diş yarı kalınlıkları farklıdır. Bu takımın diş baş boşluğu ve yuvarlatma yarıçapları arasında $c = \rho_1 \sin \alpha_1 = \rho_2 \sin \alpha_2$ bağıntısı vardır.

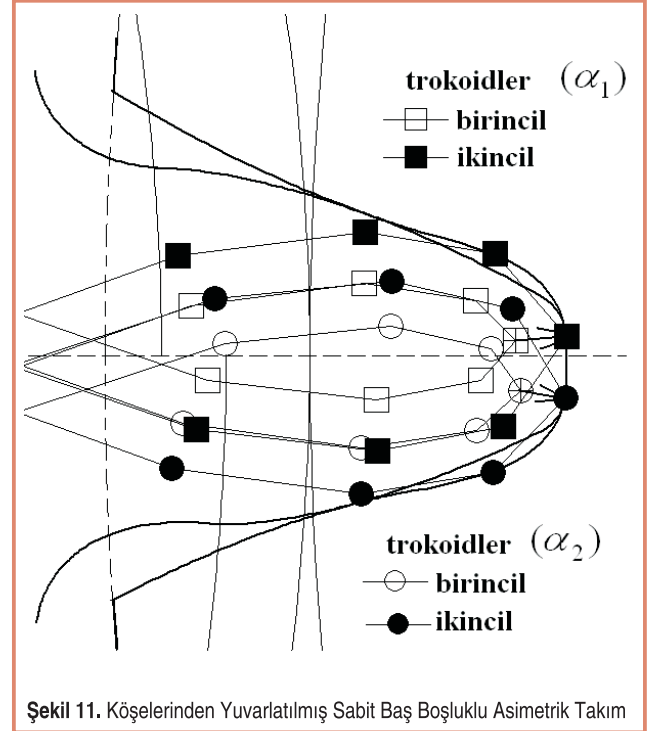
Pinyon-tipi Kesici Takımla Simülasyon

Pinyon-tipi takımında asimetrik dişli olarak tasarlanabilir. Takım uçları her iki kenarından yuvarlatılmış olduğu gibi tam yuvarlak da olabilmektedir. Asimetrik takımlarda yanakların kavrama açısı ve kenarların yuvarlatma yarıçapı tertiplerine göre baş boşlukları sabit veya değişken olmaktadır. Tablo 2'de gösterildiği üzere, bu çalışmada kremayer takımlarda incelenen hâllere benzer şekilde inceleme yapılmıştır.

Uç yuvarlatma yarıçapının kavrama açısı büyük olan tarafta küçük seçilmesi durumunda (Tip 1a), kavrama açısı büyük olan tarafın baş boşluğu küçüktür. Kesici takım, imal edilen diş profili, birincil ve ikincil trokoid eğrileri Şekil 10'da gösterilmiştir.

Tablo 2. Pinyon Takımda Uç Geometrileri

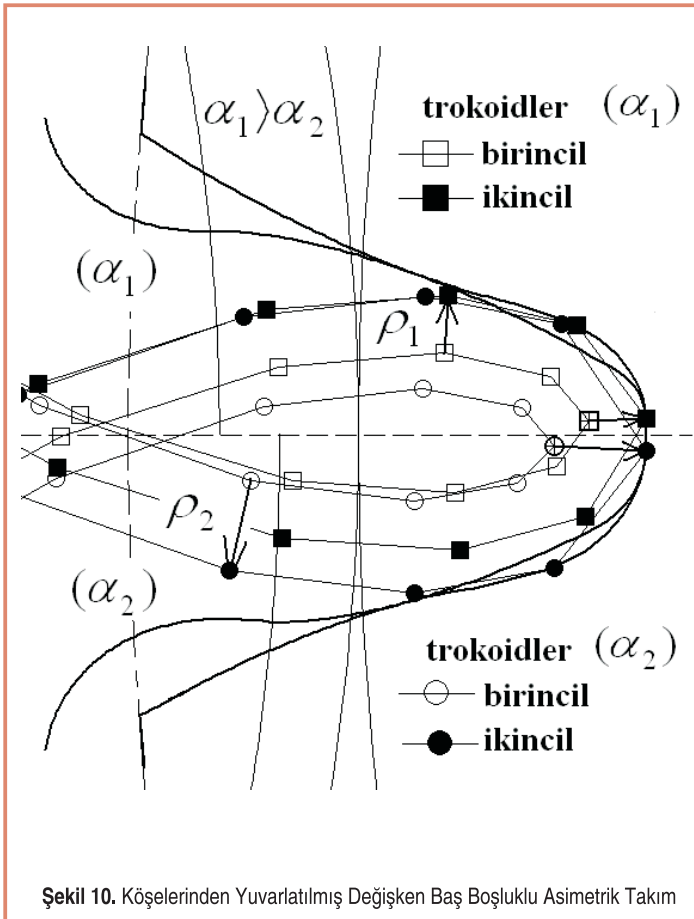
	a	b
	$c_2 > c_1$	$c_2 = c_1$
1		
2		X



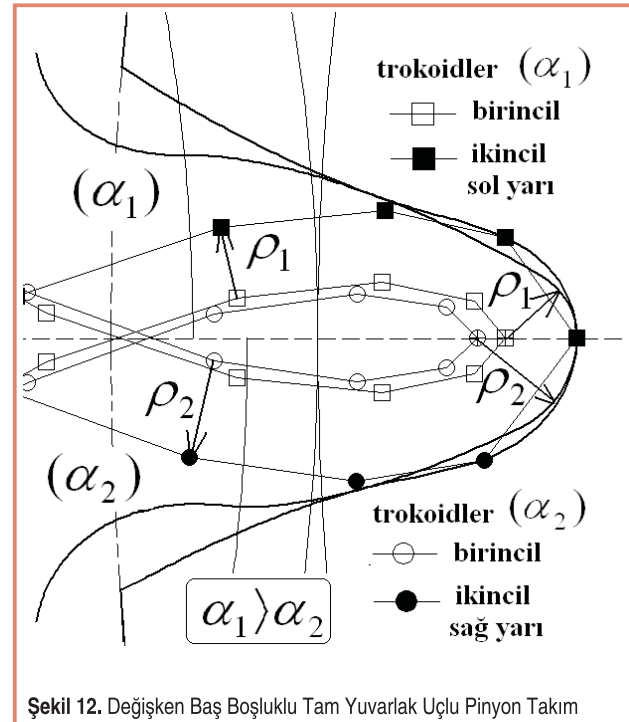
Şekil 11. Köşelerinden Yuvarlatılmış Sabit Baş Boşluklu Asimetrik Takım

Sabit baş boşluklu pinyon takımında kavrama açısı büyük olan kenarın uç yuvarlatma yarıçapı büyüktür (Tip 1b). Bu takımında diş baş boşluğu ve yuvarlatma yarıçapları arasında $c = \rho_1 \sin \alpha_1 = \rho_2 \sin \alpha_2$ bağıntısı vardır. Şekil 11'de kesici takım, imal edilen diş profili, birincil ve ikincil trokoid eğrileri gösterilmiştir.

Tam yuvarlak uçlu takımında düşük kavrama açılı tarafın uç



Şekil 10. Köşelerinden Yuvarlatılmış Değişken Baş Boşluklu Asimetrik Takım



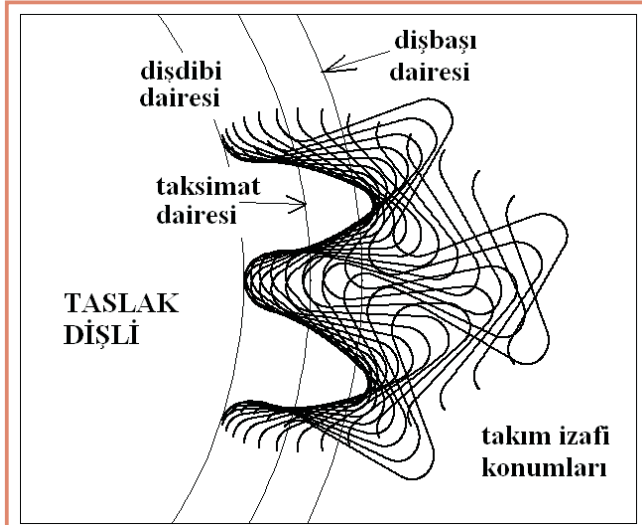
Şekil 12. Değişken Baş Boşluklu Tam Yuvarlak Uçlu Pinyon Takım

yuvarlatma çapı ve baş boşluğu büyüktür (Tip 2a). Şekil 12'de kesici takım, imal edilen diş profili, birincil ve ikincil trokoid eğrileri gösterilmiştir. Görsel netlik amacıyla ikincil trokoidlerin sadece diş kökünü şekillendiren yarıları gösterilmiştir.

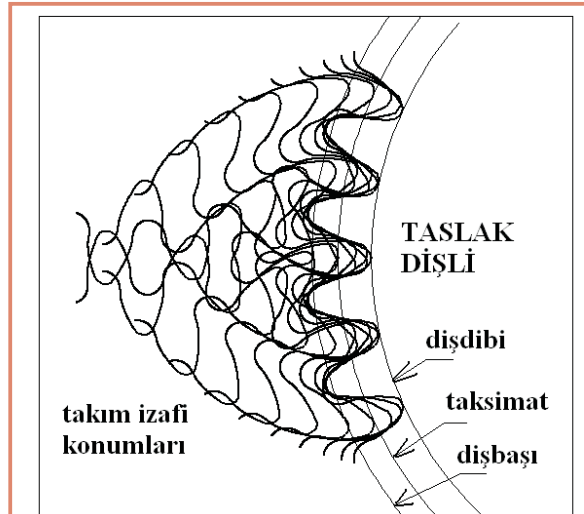
Tam yuvarlak uçlu asimetrik pinyon takımında sabit baş boşluklu hal standart takım diş derinliği için elde edilememektedir. Bunun nedeni pinyon takımlarda uç eğrilik merkezlerinin evolvent geometrisine bağlı olmasıdır. Şekil 3'te de gösterildiği üzere uç eğrilik merkezi temel dairesinden maksimum evolvent noktasına çizilen teğetin üzerinde olmak zorundadır.

Takım İzafi Konumlarının Görselleştirilmesi

Uygun programlama yaklaşımı ile kesici takımın taslağı şekillendirmesi görselleştirebilir. Bu izafi konumlardan hareketle takımın kaldırdığı talaş kalınlığı tayin edilebilir.



Şekil 13. Tam Yuvarlak Uçlu Kremayer Takım ile Simülasyon



Şekil 14. Tam Yuvarlak Uçlu Asimetrik Pinyon Takımla Simülasyon

Böylelikle kesme kuvveti, takım aşınması ve ömrü ile ilgili analitik ve sayısal modeller kurulabilir [1,25]. Şekil 13'te Tip 2b'de özellikleri gösterilen kremayer takımın diş açma prosesinde taslağa göre izafi konumları görülmektedir.

Tam yuvarlak uçlu asimetrik pinyon takımının taslağı şekillendirmesi Şekil 14'te gösterilmiştir.

SONUÇLAR

Bu çalışmada yuvarlanma metodu ile dişli profili oluşturmasının bilgisayar simülasyonu ele alınmıştır. Kremayer-tipi kesici ve pinyon-tipi kesici takımların matematik modelleri ayrı ayrı programlanarak takımların ve imal edilen profillerin bilgisayar grafikleri elde edilmiştir. Diş açma prosesinde kesici takım ucunun takip ettiği yörüngeler görselleştirilmiştir. Kremayer-tipi takım için literatürde sunulan uç tipleri literatürde mevcut matematik modele uyarlanarak uç geometrisinde farklılıkların etkileri incelenmiştir. Uç eğrilik merkezlerin konumu ve eğrilik yarıçaplarının değerlerine göre kenarlardaki baş boşlukları ve taksimat hattındaki yarı diş kalınlıkları değişmektedir. Kremayer tipi takımında Tablo 1'de verilen Tip 1a ve Tip 2b modellerinde taksimat dairesinde diş yarı kalınlıklarının eşit olmadıkları görülmüştür. Tip 2b de takım dişbaşı yüksekliği standart dişbaşı yüksekliğinden farklıdır. Tip 2a ve Tip 1b de taksimat dairesinde diş yarı kalınlıkları eşittir.

Ayrıca bu çalışmada pinyon-tipi takımın farklı uç geometrileri de ele alınmıştır. Tablo 2'de görüldüğü üzere, uç eğrilik merkezlerinden evolvent eğrilere dikme indirilerek maksimum evolvent noktalarının takım diş ucuna olan mesafeleri ile uç eğrilik yarıçapları incelenmiştir. Bütün hallerde takımlar standart diş başı yüksekliğine sahiptir. İncelenen hallerin takımın taksimat dairesindeki diş yarı kalınlıklarına etkisi yoktur. Tip 1b de sabit c mesafesi elde edilmiştir. Tam yuvarlak uçta sabit c mesafesi elde edilememiştir. Pinyon takımlarda uç eğrilik merkezleri maksimum evolvent noktasının ilgili temel dairesine teğeti üzerinde olmalıdır. Bu prensip pinyon takımının uç geometrisindeki çeşitlilikleri kısıtlamaktadır.

Yuvarlanma metodunun kesici takımlarının taslağa göre izafi konumları da görselleştirilmiştir. İzafi konumlar talaş kalınlığının tayininde kullanılabilir ve buradan hareketle kesici takımın ömür analizi yapılabilir. Sunulan bu çalışma muhtelif tasarım parametrelerinin imal edilen dişli geometrisi üzerindeki etkilerini görsel olarak inceleme olanağı sağlamaktadır.

SEMBOLLER

- b_c kremayer takımın tasarım parametresi
- c baş boşluğu
- h_a dişbaşı yüksekliği
- l_i kremayer takımın eğrisel parametreleri, $i = a, b, c, d, e, f$
- $[M_{in}]$ S_n koordinat sisteminden S_i koordinat sistemine dönüşüm matrisi

m	normal modül
n_c	pinyon takımın birim normal vektörü
n_n	kremayer takımın birim normal vektörü
r_c	pinyon takımın taksimat dairesi yarıçapı
r_g	taksimat dairesi yarıçapı
r_{p1}	taksimat dairesi yarıçapı
S	kremayer takımın ötelenme mesafesi
S_i	koordinat sistemleri, ($i=h,n,l$), h sabit, n hareketli takım, l hareketli taslak
α_{n1}	kavrama açısı
α_{n2}	kavrama açısı
ϕ_1	dişli taslağın yuvarlanma açısı
θ	pinyon takım yüzeyinin eğrisel parametresi
ρ_1	takım ucu yuvarlatma yarıçapı
ρ_2	takım ucu yuvarlatma yarıçapı
ξ	pinyon takım yüzeyinin eğrisel parametresi
ξ_m	maksimum evolvent açısı

TEŞEKKÜR

Bu çalışma İstanbul Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimince desteklenmektedir. Proje No. BYP-11772.

KAYNAKÇA

- Bouzakis, K. D., Lili, E., Michailidis, N., Friderik, O.** 2008. "Manufacturing of Cylindrical Gears by Generating Cutting Processes: A Critical Synthesis of Analysis Methods," CIRP Annals - Manufacturing Technology, vol. 57, p.676-696.
- Jain, K. C., Chitale, A. K.** 2010. Textbook of Production Engineering, PHI Learning, New Delhi.
- Buckingham, E.** 1988. Analytical Mechanics of Gears, McGraw-Hill, New York.
- Salamoun, C., Suchy, M.** 1973. "Computation of Helical or Spur Gear Fillets," Mechanism and Machine Theory, vol. 8, p. 305-323.
- Colbourne, J.R.** 1987. The Geometry of Involute Gears, Springer-Verlag, New Jersey.
- Litvin, F.L.** 1994. Gear Geometry and Applied Theory, Prentice Hall, New Jersey.
- Kuang, J. H., Chen, W. L.** 1996. "Determination of Tip Parameters for the Protuberance Preshaving Cutters," Mechanism and Machine Theory, vol. 31, no 7, p. 839-849.
- Chang, S. L., Tsay, C. B.** 1998. "Computerized Tooth Profile Generation and Undercut Analysis of Noncircular Gears Manufactured with Shaper Cutters," Journal of Mechanical Design, vol. 120, p. 92-99.
- Chen, C. F. ve Tsay, C. B.** 2005. "Tooth Profile Design for the Manufacture of Helical Gear Sets with Small Numbers of Teeth," International Journal of Machine Tools and Manufacture, vol. 45, p. 1531-1541.
- Yang, S. C.** 2005. "Mathematical Model of a Helical Gear With Asymmetric Involute Teeth and Its Analysis," International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 26, p. 448-456.
- Yang, S. C.,** 2006. "Study on an Internal Gear with Asymmetric Involute Teeth," Mechanism and Machine Theory, vol. 42, no 8, p. 977-994.
- Fetvacı, C., İmrak, E.** 2008. "Mathematical Model of a Spur Gear with Asymmetric Involute Teeth and Its Cutting Simulation," Mechanics Based Design of Structures and Machines, vol 36, no 1, p. 34-46.
- Kapelevich, A.L., McNamara, T.M.** 2005. "Direct Gear Design® for Automotive Applications," SAE 2005 World Congress & Exhibition, Detroit, MI, USA.
- Lin, T., Ou, H., Li, R.** 2007. "A Finite Element Method for 3-D Static and Dynamic Contact/impact Analysis of Gear Drives," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 196, p. 1716-1728.
- Su, X., Houser, D.R.** 2000. "Characteristics of Trochoids and their Application to Determining Gear Teeth Fillet Shapes," Mechanism and Machine Theory, vol.35, p. 291-304.
- Alipiev, O.** 2009. "Geometric Synthesis of Symmetric and Asymmetric Involute Meshing using the Method of Realized Potential," International Conference General Machine Design, University of Ruse, Ruse.
- Alipiev, O.** 2011. "Geometric Design of Involute Spur Gear Drives with Symmetric and Asymmetric Teeth using the Realized Potential Method," Mechanism and Machine Theory, vol. 46, no 1, p. 10-32.
- Fetvacı, C.** 2010. "Computer Simulation of Helical Gears with Asymmetric Involute Teeth," Journal of The Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, vol. 25, no 3, p. 441-447.
- Fetvacı, C., İmrak, C.E.** 2008. "Asimetrik Evolvent Düz Dişli Çarkların Matematik Modellenmesi ve Alttan Kesme Analizi," TMMOB MMO Mühendis ve Makina Dergisi, cilt 49, sayı 583, s. 23-28.
- Fetvacı, C.** 2010. "Evolvent Konik Dişli Çarkların Bilgisayar Simülasyonu," TMMOB MMO Mühendis ve Makina Dergisi, cilt 51, sayı 602, s. 12-18.
- Fetvacı, C., İmrak, C.E.** 2007. "Evolvent Düz Dişli Çarklarda Diş Kökü Eğrilerinin İncelenmesi," TMMOB MMO Mühendis ve Makina Dergisi, cilt 48, sayı 570, s. 18-22.
- Fetvacı, C., İmrak, C.E.** 2007. "Kremayer Takım ile Evolvent Düz Dişli İmalatının Bilgisayar Simülasyonu," TMMOB MMO Mühendis ve Makina Dergisi, cilt 48, sayı 572, s. 9-15.
- Tang, X., Ren, F., Jiang, Y., Gao, S.** 2008. "Geometric Modeling And Dynamic Simulation of Involute Gear by Generating Method," 13th International Conference on Geometry and Graphics, Dresden.
- Fetvacı, C.** 2010. "Definition of Involute Spur Gear Profiles Generated By Gear-Type Shaper Cutters," Mechanics Based Design of Structures and Machines, vol. 38, no 4, p. 481-492.
- Vedmar, L., Andersson C., Stahl, J. E.** 2009. "A Parametric Analysis of the Undeformed Chip Geometry in Gear Hobbing," Journal of Manufacturing Science and Engineering, vol. 131, no 6, 061003.