

Rezonans: Makinaların ve Yapıların Gizli Düşmanı!

Dr. İbrahim H. ÇAĞLAYAN
Vibratek

GİRİŞ

Makinalarda ve özellikle konstrüksiyonlarda zaman zaman nereden kaynaklandığı bilinmeyen titreşimlere rastlanır. Bu titreşimler kimi zaman sadece izleyende rahatsızlığa neden olur ama bazen de bir makinanın arızalanması veya bir konstrüksiyonun çökmesine kadar giden ciddi sonuçlar doğurabilir. Teknik nitelikleri olmayan kişiler bile “Napolyon'un askerleri geçerken çöken köprü” hikayesini bilir. Biraz daha teknik olup, yaşı da İstanbul Boğaziçi Köprüsü'nün 1972 yılında açılışını hatırlayanalar tek kanallı televizyonumuzun siyah-beyaz ekranında köprünün o gün nasıl tehlikeli şekilde titreştiğini hatırlar. Konuyu iyice merak edenler de ABD'de Seattle yakınlarındaki Tacoma Narrows Köprüsü'nün 1940 Kasım ayında rezonansa gelip çöküşünün video kliplerini izlemiştir.¹

Rezonans konusunu tartışmadan önce günlük konuşmalarda birbirine karıştırılabilen üç kavramı tarif edip birbirinden ayırmalıyız: Doğal frekans, kritik hız ve rezonans.

TANIMLAR

Doğal frekans: Bir cismin sadece esnekliğine ve kütlesine bağlı olan ve cismin o frekansta uyarılırsa yüksek genlikle ve sürekli olarak titreşeceği

frekansa “Doğal Frekans” denir. Diğer bir deyişle, doğal frekans her cisme ait öyle bir frekanstır ki, cisim o frekansta bir kere uyarıldıktan sonra uyarı kesilse bile titreşmeye devam eder. Bu, tanımlardan ve özelliklerden sadece birisidir.

Doğal frekansın diğer bir özelliği de cisim doğal frekansında uyarıldığında uyarının şiddetine değil, sadece sistemde mevcut sönümlemeye bağlı olarak çok yüksek genliklerde titreşir. Örneğin, doğal frekansta uyarılan bir çelik konstrüksiyonda titreşim genliği, uyarının genliğinin 10 katı ve daha yukarılara çıkabilir. İstanbul Fatih Sultan Mehmet Köprüsü'nün doğal frekansının 0.33 Hz olduğunu yıllar önce çıkan bir gazete yazısından hatırlıyorum. İnsan omurgasının doğal frekansı ise 3-5 Hz civarındadır. (Diskotek müziklerinin vuru temposunun da benzer frekanslarda olması acaba akla ne getirir?) Uçakların kanatları ise genellikle 1 Hz doğal frekansına sahiptir.

Kritik Hız: Dönmekte olan bir mil aynı zamanda bir kiriştir ve yataklanmasına bağlı olarak belli doğal frekansa sahiptir. Bu milin kiris olarak sahip olduğu doğal frekansla çakışan mil devrine “Kritik Hız” denir. Örnek olarak bazı termik santrallerde bulunan buhar türbinlerinin 1200

devir/dakika'da birinci kritik hız, 2700 devir/dakika civarında da ikinci kritik hızları bulunur. Bu türbinlerin ve kritik hızda çalışan hiçbir makinanın kritik hız devrinde uzun süre çalışmaması bu dönme devrini hızlı bir şekilde geçmeleri gerekir. Aksi takdirde kritik hızda çalışma, türbinin veya o makinanın dağılmasına neden olabilir.

Rezonans: Bir cismin doğal frekansıyla çakışan bir frekansda uyarılması veya bir milin kritik hızında döndürülmesi sonucunda ortaya çıkan fiziksel olaya Rezonans denir. Rezonansa girmiş bir cisim aşırı şekilde titreşir. Zira bu frekansta o cisim üzerine etki eden atalet kuvvetiyle cismin esnekliğinden kaynaklanan yay kuvveti birbirine eşit; fakat ters işaretli olduğundan birbirini götürür. Geriye sadece sönümleme kuvveti kalır. Bu kuvvet de sönümleme katsayısına bağlı olarak cismin hangi genlikle titreşeceğine karar verir.

$$M \frac{d^2}{dt^2} X + C \frac{d}{dt} X + KX = F \sin(\omega t + \phi) \quad (1)$$

$$F \sin(\omega t + \phi)$$

Şayet yukarıda anlatıldığı şekilde M kütlesi F genliği ile etki eden sinüsoidal bir kuvvet etkisiyle, K yay katsayısına ve C sönümleme katsayısına sahip bir yayın ucunda asılı şekilde X genliği ile titreşiyorsa, bu F kuvveti ortadan

<http://vids.myspace.com/index.cfm?fuseaction=vids.individual&VideoID=3444403>

kaldırıldığında titreşmeye devam ediyorsa o zaman ω frekansı, doğal frekanstır. Yukarıdaki 1 nolu denklemi denklemin sağ tarafı 0 olacak şekilde yeniden yazarsak,

$$M \frac{d^2}{dt^2} X + C \frac{d}{dt} X + KX = 0 \quad (2)$$

Birinci terim atalet kuvvetini, ikinci terim sönümlenme kuvvetini ve üçüncü terim de yay kuvvetini gösterir. Birinci ve üçüncü terim birbirini götürdüğünde yay-kütle sistemine etki eden sadece sönümlenme kuvveti kalır. Öyleyse, rezonans meydana geldiğinde titreşim genliğine sadece sönümlenme katsayısı karar verir. (X'in $X=x.\sin(\omega t+\varphi)$ şeklinde bir sinüsoidal olduğunu hatırlayıp, ivme ile deplasmanın birbirlerine 180 derece açıyla etki ettiğini gözönüne alarak bu iki kuvvetin nasıl birbirini götürdüğünü görebiliriz.)

Sönümlenme arttırıldığı takdirde, titreşim genliğini azaltmak mümkündür. Bu bilgi nasıl işimize yarar, ona bakalım.

Elimizde, lastik takozlar üzerindeki bir şase üzerinde titreşmekte olan bir makina olduğunu varsayalım. Ve varsayalım ki bu şase imalatında bir şekilde şase altına konulmuş lastik takozların yay katsayıları bilinmeden ve bir hesap yapılmadan sadece takozların statik çökmeleri gözönüne alınarak seçim yapılmış olsun (Aslında genellikle yapılan budur!). Ve maalesef sistemin doğal frekansı ile motorun dönme devri çakışsın. Bizden istenen de bu makinadaki titreşimlerin azaltılması olsun. Doğal frekans,

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \text{ rad/sn} \quad (3)$$

olduğundan, elimizde doğal frekans değiştirilebilecek elimizde iki silah var demektir.

Genellikle yapılması gereken motorun dönme devrini değiştiremeyeceğimize göre, doğal frekansını değiştirmektir.

Bunda da doğal frekans %20-25 arttırılır veya azaltılır. Bir sebepten, ne kütleli değiştirme ne de yay katsayısını, yani takozların cinsini değiştirme imkânımız yoksa, o zaman elimizde sadece değiştirebilecek sönümlenme kuvveti kalır.

Sönümlenme, amortisörler kullanılarak veya sönümlenme plakaları kullanılarak arttırılabilir. Birisi sabit zemine diğeri de şaseye tespit edilecek ve birbirine cıvatalarla çok sıkı olmayacak ve sürtünerek hareket edebilecek şekilde iliştirilmiş plakalar bu ilave sönümlenmeyi sağlayabilir. Özellikle yapısal titreşimlerin sönümlenmesinde binaların ne kütlelerini ne de yay katsayısını değiştirmek çok masraflı ve pratik olmadığından sürtünme plakaları kullanılır. Hatta bunlar deprem titreşimlerinin etkilerini azaltmak için de kullanılır.

Örnek:

3500 kg ağırlığında bir elektrik motoru ve pompa, 1250 kg ağırlığında bir çelik şase üzerine monte edilmiştir. Şase çelik yaylar üzerinde bulunmaktadır. Elektrik motoru 1460 d/dk devirle dönmektedir. Yayların toplamının 1.150.000 N/cm yay katsayısı olduğunu imalatçıdan öğrendiğimizi düşünelim. Bu makinada titreşim olduğu rapor edilmiştir. Sorunun rezonans olmasından şüphe edilmektedir. Durumu inceleyip, çözüm öneriniz!

Rezonanstan şüphe edildiğine göre, önce bu şüphenin geçerli olup olmadığı kontrol edilmelidir.

$$\omega \frac{\text{rad}}{\text{sn}} = \sqrt{\frac{K}{M}}, \quad f(\text{Hz}) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}}$$

olduğundan değerleri girerek f doğal frekansını hesaplarız.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1150000 \text{ N/cm}}{4750 \text{ kg}}} = \frac{1}{2\pi}$$

$$\sqrt{\frac{1150000 \text{ kg.m/sn}^2 \cdot 100 \text{ cm/m/cm}}{4750 \text{ kg}}}$$

f= 24.77 Hz veya 1487 çevrim/sn olarak bulunur. Bu da doğal frekanstan sadece %1.8 farklıdır ve burada kesinlikle bir rezonans olayı meydana gelmektedir.

Buna çözüm olarak yayların adedi değiştirilebilir; ama biz kütleli değiştirmeyi tercih edelim. Doğal frekansı kütleli arttırarak 1479 ç/sn'den 1460'ın %80'i olan 1168 çevrim/sn'ye indirelim. Bunun için gerekli kütleli:

$$19.47 \text{ Hz} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1150000 \text{ N/cm}}{M \text{ kg}}} = \frac{1}{2\pi}$$

$$\sqrt{\frac{1150000 \text{ kg.m/sn}^2 \cdot 100 \text{ cm/m/cm}}{M \text{ kg}}}$$

buradan M = 7690 kg bulunur.

Bu durumda şase üzerine ilave 2940 kg eklemek gerekir. Ancak bu makul bir miktar değildir. O nedenle bu çözüm, geçerli bir çözüm değildir. Öyleyse, yay katsayısı arttırılarak doğal frekans $1460 + \%20 = 1752$ çevrim/dk frekansına arttırılmalıdır. Bunun için daha sert yaylar kullanılmalıdır.

Aslında, yukarıdaki etüdü genelleştirebiliriz:

K katsayısını ne kadar arttırmalıyız ki, f %20 artsın? Veya, M kütlelerini ne kadar arttırmalıyız ki f %20 azalsın?

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} \quad \%20 \text{ artarsa, } f' = 1.2 \text{ f dir.}$$

$K = 4\pi^2 f^2 M$, $K' = 4\pi^2 f'^2 M$, $K' = 1.44 K$ Öyleyse, doğal frekansını %20 arttırmak için K'yı %44 veya benzer şekilde doğal frekansını %20 azaltmak için M'yi %44 arttırmak gerekir.

Bazen sistemin fiziği %20 mertebesinde artım veya azaltmaya izin vermez, o durumlarda %15'e kadar değişiklik yaptığımız zamanlar da olmuştur. Doğal frekansın %10 civarına denk gelen bir uyarı, sistemi rezonansa sokma riski taşır.

Doğal frekans nasıl ölçülür?

Doğal frekans ölçülerek bulunabilir. Bunun için titreşim spektrumu alabilen bir cihaza ihtiyaç vardır. Elimizde böyle bir cihaz bulunduğunu farzedelim. O zaman yukarıdaki 2 no'lu denkleme göz attıktan sonra işimiz büyük ölçüde kolaylaşmış olur.

$$M = \frac{d^2}{dt^2} X + C \frac{d}{dt} X + KX = 0$$

Bu denklemde sağ tarafın, yani uyarının olmadığını görmekteyiz. Bu da daha önce yapmış olduğumuz rezonans tanımını çağrıştırmaktadır; çünkü sistem üzerinde uyarı yoktur. Bu denklemi fiziksel olarak oluşturmak istersek şu şekilde gözümüzde canlandırabiliriz: Bir yayın ucuna asılı bir kütleyi çekip (kuvvet uygulayarak) bırakırsak (kuvvet uygulamayı sonlandırarak) yay-kütle sistemi, doğal frekansında titreşmeye devam eder. Öyleyse, herhangi bir sistemin doğal frekansını ölçmek için o sisteme bir darbe vurup ondan sonra hangi frekansta titreştiğini bulursak, doğal frekans bulmuş oluruz. Bu yönteme “Darbe Testi” denir.

Darbe Testi ile Doğal Frekans Bulma

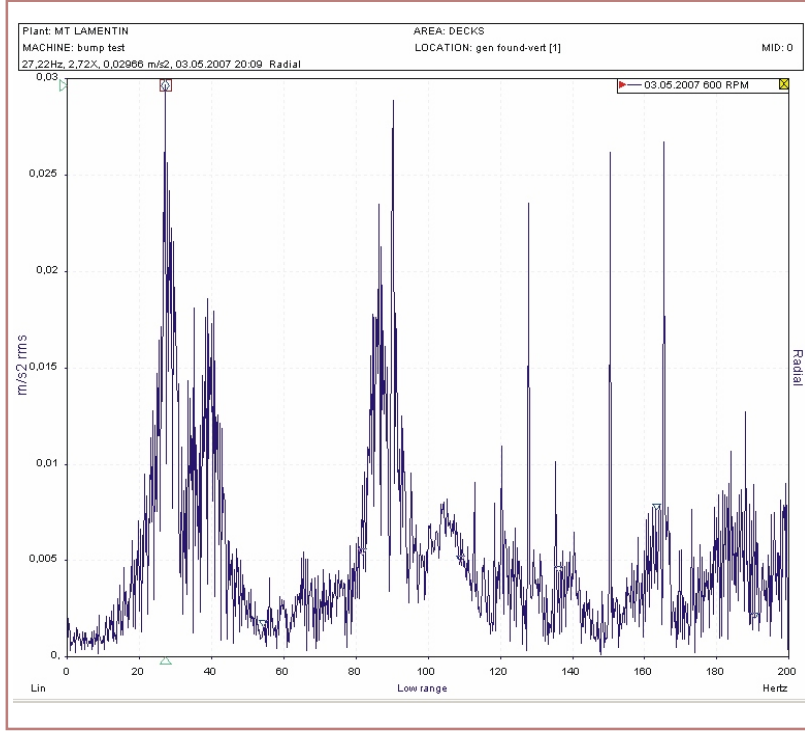
Darbe testinde esas olan vurulan darbenin doğal frekansını, ölçmek istediğimiz nesnenin istediğimiz hareketini yapacak şekilde titreşmesini sağlamasıdır. Buna örnek olacak bir çalışmayı bir çimento fabrikasında yaşamıştık.

Sözü edilen çimento fabrikasında yeni konulan ve 80 metre yüksekliğinde bir baca zaman zaman titreşerek işletme

personelini endişeye sevk ediyordu. Bu bacada rezonans olmasından endişe ediliyordu. İşletme daha önce çağrılan bir “uzman”ın bacanın doğal frekansını ölçtüğünü ancak elde edilen sonucun nedense kendilerini tatmin etmediğini ifade etti ve bizden ölçüm yapmamızı istedi. Gerçekten de işletme mühendisleri haklıydılar.

Uzman, eline aldığı bir balyozu çelik bacaya vurmuş, ve bazı değerler elde etmişti; ama bu değerler elbette yanlış. Çünkü balyoz bacanın sadece balyozun titreştirebildiği kadar çelik plakanın titreşmesini sağlamış, dolayısıyla ölçülen değer sadece plakanın o bölgedeki doğal frekansını ölçmüştür. Oysa, bizim işimiz daha zordu. Bacanın doğal frekansını ölçmek istiyorsak,





Bu şekilde alınmış bir spektrum yandaki şekilde görülmektedir.

Doğal frekansı bulmakta kullanılacak bir diğer yöntem Modal Analiz yöntemidir. Modal analiz konusunun detayı ayrı bir yazıya bırakılarak sadece şu açıklamayla fikir verilebilir.

Modal Analiz ile Doğal Frekans Bulma

Bir cisim üç ayrı şekilde titreşebilir: Rijit mod, Esneme modu, Burulma modu. Mod, şekil anlamında kullanılabilir; rijit ise esnemeyen, burulmayan anlamında kullanılmaktadır.

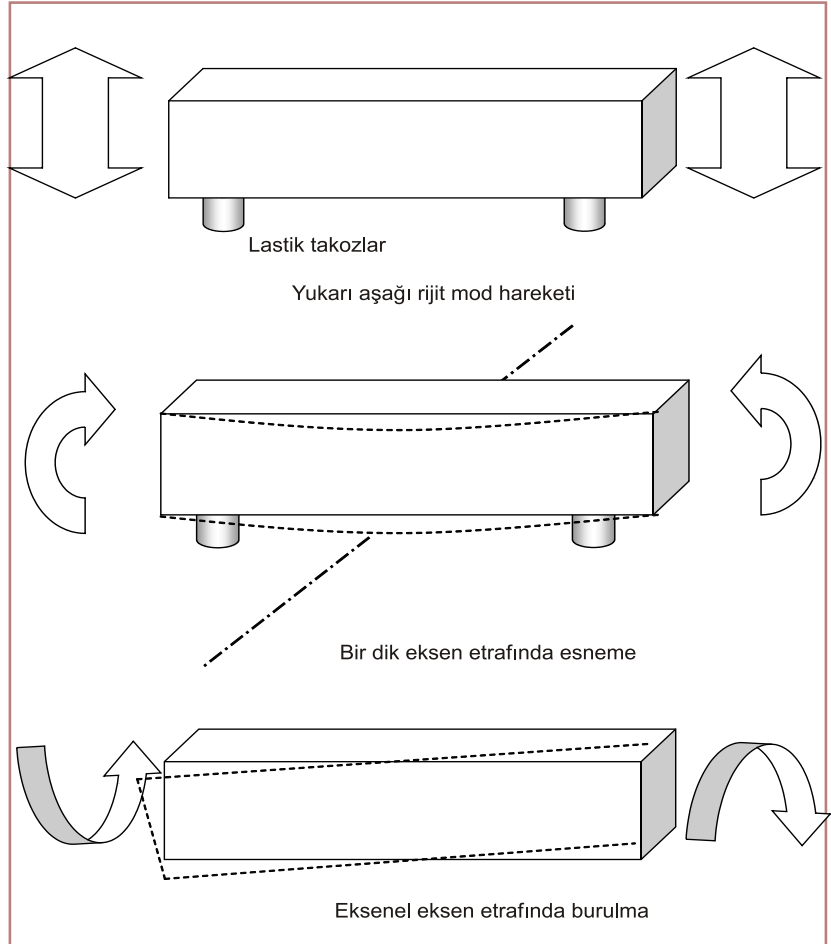
Doğal frekans hesabı elbette yukarıda tek formülle ifade edildiği kadar basit bir iş değildir. Bu karmaşık işlem en kolay, FEA (Sonlu Eleman Analiz)

bacanın salınmasını sağlamalıydık. Bunun için 50 metre bomu olan bir vince çimentocuların “big bag” dediği ve 1.5 ton çimento alan bir elyaf torbayı asıp ucuna bağladığımız ip ve güçlü kuvvetli personelin gayretiyle torbayı bacaya hafifçe çarparak bacanın tümünün salınmasını sağladık. Ölçtüğümüz doğal frekans ancak şimdi bacanın doğal frekansydı.

Merak edenler için; bacadaki titreşimler rezonans değil, bacanın rüzgâr etkisiyle titreşmesiydi! Ama bu sorunun cevabı ancak doğru bir yöntemle ölçüm yaparak bulunabilirdi.

Bu işlemde dikkat edilmesi gereken husus, makinaya veya konstrüksiyona vurulan darbenin hafif ve künt olmasıdır. Bu yapılmazsa yüksek frekanslardaki titreşimler ortaya çıkar ve doğru sonuç alınmaz.

Spektruma bakıldığında rezonans spektrumu bir veya birkaç frekans etrafında oluşan bir çam ağacı görüntüsündedir. Bu tipik bir rezonans görüntüsüdür.



yöntemi ile hesaplanır. Ancak, ölçüm yapmak hem hesapların doğrulanması, hem de daha kesin sonuç almak için gereklidir.

Ölümde, bir tarafında kuvvet ölçen bir sensör, diğer tarafında ise belli yay katsayısına sahip uçlar takılır. Yüksek frekanslar ölçmek istenirse sert uç, düşük frekans istenirse yumuşak uç takılır. Modal analizi yapılmak istenen cismin ölçümleri iki şekilde yapılabilir; ya cisim üzerinde daha önce tespit edilmiş noktalar çekiçle vurulurken titreşim sensörü bir noktada sabit kalır ve değişik yerlerden gelen titreşimlerin o tek noktaya etkisini ölçer veya hep aynı noktaya çekiçle vurulurken titreşim sensörü gezdirilerek daha önce tespit edilmiş olan noktalarda ölçüm yapılır. Bu iki durum hareket denklemi matrislerinin simetrik olması nedeniyle aynı sonucu verir.

Bir etki fonksiyonu ve cevap fonksiyonunun oranı bize cismin davranış fonksiyonunu verir. Bu fonksiyonlar frekansa bağlı fonksiyonlardır:

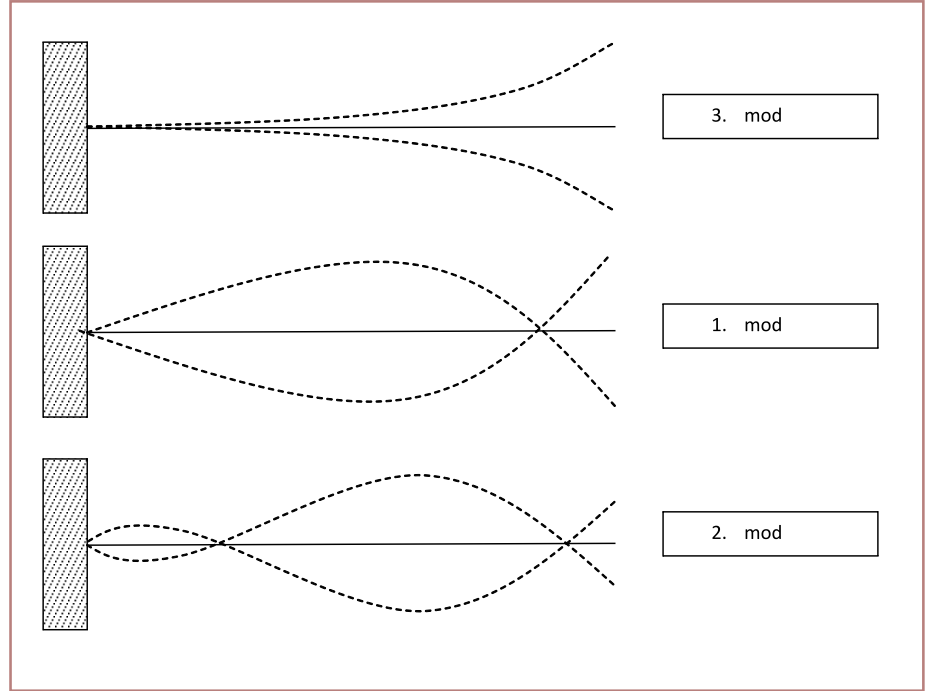
$$H_{i,j}(\omega) = \frac{x_{i,j}(\omega)}{R_{i,j}(\omega)}$$

Bu davranış fonksiyonları tüm noktalar için tesbit edildiğinde, cismin davranış fonksiyonu, dolayısıyla modal hareketleri belirlenmiş olur.

Bir ankastre kirişin modal davranış şekilleri örnek olarak aşağıda gösterilmiştir. Her modal şekil bir doğal frekansta gerçekleşir.

Yandaki resimde bir gemi makina kaportasının modlarının ve doğal frekanslarının ölçümü görülmektedir.

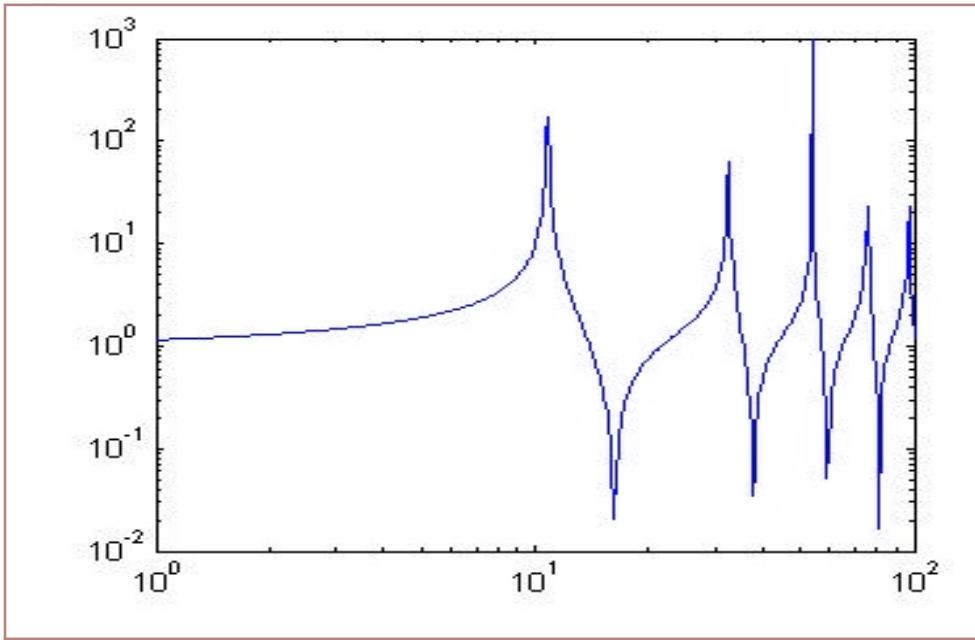
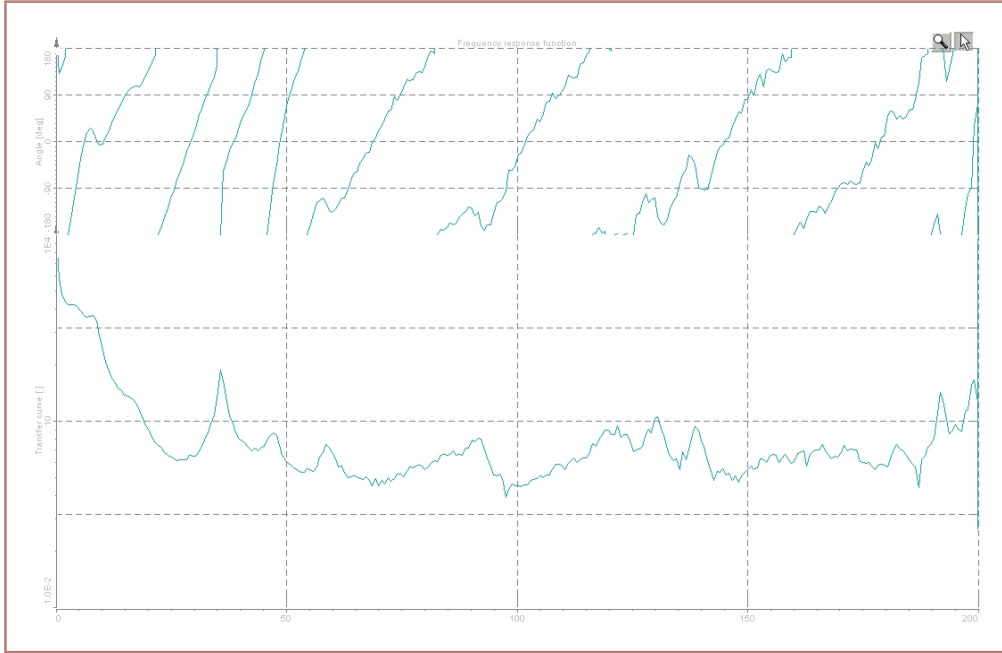
Sonraki sayfada yer alan grafikte, yukarıdaki fotoğrafta yapılmakta olan modal ölçümde elde edilen FRF



(Frequency Response Function) ve Faz grafiği görülmektedir.

Basitçe bu grafikte, görülen pikler bir doğal frekansa işaret edebilir; ama bunda şart faz diyagramında bu pikin bulunduğu frekansa denk gelen faz

açısında 90 derecelik bir sıçrama görülmesidir. Bu şekilde bir pik, sözü edilen faz sıçramasını göstermiyorsa o pik başka bir kaynaktan gelen bir titreşimdir ve doğal frekans değildir. Grafikte üst taraftaki eğriler fazı, alt taraftaki ise x-eksenindeki frekans



ranjında belli bir kuvvet karşısında ölçüm yapılan noktadaki titreşim genliğidir.

Yukarıda tipik bir davranış fonksiyonu H_{ij} görülmektedir. Bu grafikte 10 Hz civarında bir doğal frekans piki görülmektedir. Aynı şekilde 30 Hz ve 50 Hz, 70 Hz'de de doğal frekans pikleri görülmektedir. Bu frekanslarda sistem en ufak bir uyarıya çok yüksek genlikte

cevap verecektir. Buna karşın, tepeler değil de vadilerde sistem yüksek genlikteki uyarılara dahi duyarsız olacak, genliği pek değişmeyecek demektir.

SONUÇ

Makinaların, üzerinde buldukları şase sistemlerinin ve konstrüksiyonların doğal frekanslarının bilinmesi, görülmekte olan titreşimlerin

rezonans titreşimi şüphesini değerlendirmede çok önemli bir bilgidir. Doğal frekans ölçümleri vurma ve serbest titreşim ölçümü ile bulunabileceği gibi doğal frekanslarda sistemin nasıl titreştiği de bilinmek isteniyorsa, o zaman modal analiz yöntemi kullanılabilir. Her iki yöntem de kolaylıkla uygulanabilen yöntemlerdir.