

Yandan Isıtılan Kapalı Hacimlerdeki Doğal Taşınımın Sayısal Modellenmesi

Dr.Mak.Müh.N.Alpay KÜREKÇİ

ÖZET

Bu çalışmada karşılıklı yan düşey duvarlarından biri sıcak biri soğuk, diğer duvarları adyabatik kabul edilen kapalı bir hacim içinde doğal taşınım sonucu oluşan hava hareketleri sayısal olarak incelenmiştir. Üç boyutlu 20x20x20 cm ölçülerindeki küp şeklindeki kapalı bir hacim içinde, sıcak duvar $T_H=69^\circ\text{C}$, soğuk duvar $T_C=41^\circ\text{C}$ olması durumuna göre, hacim içindeki boyutlu ve boyutsuz hız dağılımları çıkarılmıştır. Ayrıca hacim içerisindeki boyutlu ve boyutsuz sıcaklık dağılımları da verilmiştir. Çalışmada Fluent CFD programı kullanılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Doğal taşınım, Kapalı hacim, Sayısal akışkanlar mekaniği

1. GİRİŞ

Yandan ısıtılan kapalı hacimler için oluşturulacak bir model çift camlar, fırın, buzdolabı, bilgisayar parçalarının soğutulması, güneş kolektörleri ve yaşadığımız mahaller için model oluşturacaktır. Bu nedenle kapalı hacimler içindeki hava hızları ve sıcaklık dağılımının bilinmesi gerekmektedir. Literatürde bu konuda yapılmış çalışmalara bakıldığında oldukça fazla sayıda çalışma olduğu görülmüştür. Yapılan çalışmalarda Ahmed ve Yovanovich (1992), diferansiyel ısıtılan açıklık oranı (A_R) 1/8 olan kapalı hacimlerde $Ra_H=3,4 \cdot 10^5$ ve $Pr=0,71$ için zamana bağlı çözümler yapmışlardır. Aktaş ve Farouk (2002), 1 atm basınç 300K sıcaklıkta, içinde Nitrojen ve Helyum gazı bulunan, 13x13mm olan kapalı hacimde termo-akustik dalga hareketlerinin sayısal simülasyonu üzerine çalışmışlardır. Hızlı ısıtılan duvarlarda, $Ra_L=10^4$ için sıkıştırılabilir akışta Navier-Stokes eşitliklerini kullanarak çözümler yapmışlardır. Sonuçta oluşan hız vektörlerini gösteren kontur çizimleri ile akım alanlarını göstermişlerdir. Arcidiacono v.d. (2000), açıklık oranı (A_R) 1 olan kapalı hacimlerde iki boyutlu sayısal çalışma yapmışlardır. Akışkan olarak düşük Pr değerine sahip Li-17Pb ($Pr=0,0321$) seçilmiş, Gr_L sayısına göre akışın türü tespit edilmeye çalışılmıştır. Sonuçta $10^7 < Gr_L < 3 \cdot 10^7$ akış simetrisinin kırıldığı, $3 \cdot 10^7 < Gr_L < 5,4 \cdot 10^7$ periyodik akış, $5,4 \cdot 10^7 < Gr_L < 10^8$ kaotik akışa geçiş ve $Gr_L=10^9$ 'de tam kaotik akışın gerçekleştiği bulunmuştur. Aydın v.d. (1999), düşey duvarı ısıtılmış, üst duvarı soğutulmuş bir kapalı hacimde açıklık oranının değişmesinin, Ra sayı-

Abstract:

In this study, air movements arising from natural convection in a closed enclosure have been numerically investigated. The cavity is three-dimensional 20x20x20cm cube. Two opposite sidewalls are hot and cold and the other walls assumed to be adiabatic. In case of hot wall temperature $T_H=69^\circ\text{C}$ and cold wall temperature $T_C=41^\circ\text{C}$, dimensional and non dimensional velocity distributions in the cavity have been formed. Dimensional and non dimensional temperature distributions in the cavity have been formed, as well. Fluent CFD Software has been used for numerical study

Key Words:

Natural convection, Enclosure, Computational Fluid Dynamics.

şı ve Nu sayısına etkilerini incelemişlerdir. Bejan (1995), düşey duvarlarından birisi ısıtılan diğeri soğutulan ve kalan duvarları adyabatik olan bir hacim içinde, zamana bağlı laminer doğal taşınım problemini, boyut analizi yaparak incelemiştir. Chen v.d. (1987), sırasıyla yan yüzey sıcaklıkları T_s , üst yüzey sıcaklığı T_t ve alt yüzey sıcaklığı T_b olmak üzere, $T_s > T_t > T_b$ olacak şekilde yüzey sıcaklıkları sabit tutulan kapalı hacimlerde laminer doğal taşınım problemini, Rayleigh sayısının 10^4 - 10^7 aralığında incelemiştir. Çözümleme, sonlu farklar yöntemi ile yapılmıştır. Yapılan analizlerde, kapalı hacmin alt kısmının neredeyse durağan olduğu, üst kısmında ise birbirine ters yönlerde hareket eden iki çevrinti olduğu belirtilmiştir. De Vahl Davis (1983), 2 boyutlu kapalı bir hacim içindeki laminer doğal taşınım problemini incelemiştir. Rayleigh sayısının 10^3 - 10^6 aralığı için sonlu farklar yönteminin kullanarak sayısal çalışma yapmış ve Nusselt sayılarını hesaplamıştır. Çalışmasında korelasyon vermemiştir. Kullanılan sayısal model, bir ekstrapolasyon yöntemi ile kullanılan çözüm açısından bağımsız hale getirilmiştir. Frederick ve Quiroz (2000), düşey duvarlarından birisi soğutulan, onun karşısındaki duvarın bir kısmı sıcak, geri kalan duvarları adyabatik tutulan üç boyutlu kapalı hacimlerde, ısı geçişinin iletimden taşınımına geçtiği Rayleigh sayısını belirlemek için, laminer doğal taşınım durumunu sayısal olarak incelemişlerdir. Goto ve Suzuki (1997), kapalı bir hacim içindeki laminer doğal taşınım problemini, iki boyutlu süreklilik ve Navier-Stokes denklemlerini kullanarak sayısal olarak incelemişlerdir. Rayleigh sayısının 10^3 - 10^6 aralığı için çözümleme yapılmış ve elde edilen sonuçların De Vahl Davis çözümleri ile uyumlu olduğu belirtilmiştir. Leal vd. (2000), $Ra_L = 10^3$ - 10^5 ve $Pr=0,71$ için sayısal çalışma yapmışlardır. Fortran bilgisayar programı kullanılmış, yazılan kodlar ile çözümler gerçekleştirilmiştir. Hacim orta yüzeyindeki boyutsuz sıcaklık ve hız dağılımları $Ra_L = 10^3$, $Ra_L = 10^4$ ve $Ra_L = 10^5$ için çizilmiştir.

Literatürler incelendiğinde yandan ısıtılan kapalı hacim konusunun ilgi çekici bir konu olduğu ve birçok araştırmacının bu konuda çalışmalar yaptığı görülmüştür. Bu çalışmada yandan ısıtılan kapalı hacimler

için üç boyutlu sayısal çözüm yapılarak hız ve sıcaklık haritaları çıkarılacaktır.

2. Sayısal Çözümler

Bu çalışmada sayısal çözümleme için Fluent 6.0 CFD ticari program kullanılmıştır. Program P4 2,4Ghz, 1024MB Ram özelliklerinde bir bilgisayarda çalıştırılmıştır. Bu program CFD analizi için üretilmiş bir program olup, değişik geometriler için akışkanlar mekaniği ile ilgili problemleri hızlı bir şekilde çözümlenebilmektedir.

Çözümler laminer akış için yapılmıştır. Kapalı hacim içinde hava bulunduğu ($Pr=0,71$) kabul edilmiştir. Havanın termo fiziksel özellikleri dikey iki duvar ortalama sıcaklıklarına göre programa girilmiştir. Basınç için Şaşırtmalı Hesap Noktaları Yöntemi (PRESTO) seçilmiştir. Basınç-hız çifti: SIMPLE, momentum ve enerji için Second Order Upwind yöntemleri seçilmiştir.

Programın hesaplamaları sonucunda bulunan değerler yardımıyla aşağıdaki formüller kullanılarak sıcak yüzey için Nusselt Sayıları hesaplanmıştır.

$$h_{eff} = \frac{q''}{\Delta T} \quad (1)$$

$$Nu = \frac{h_{eff} \cdot L}{k} \quad (2)$$

$$\Delta T = T_H - T_C \quad (3)$$

h_{eff} : Referans yüzey ısı transfer katsayısı

q'' : Sıcak duvardan verilen ısı miktarı

ΔT : Sıcak duvar ile soğuk duvar sıcaklık farkı

T_H : Sıcak duvar sıcaklığı

T_C : Soğuk duvar sıcaklığı

Nu: Nusselt sayısı

L: Karakteristik uzunluk (kapalı hacim genişliği)

k: Akışkanın ısı iletim katsayısıdır.

Sistemde Rayleigh sayısını hesaplamak için aşağıdaki formül kullanılmıştır.

$$Ra_L = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_H - T_C) \cdot L^3}{\nu_\infty \cdot \alpha_\infty} \quad (4)$$

Ra_L : Kapalı hacim uzunluğu göre tanımlanmış Rayleigh sayısı

g : Yerçekimi ivmesi

β : Isıl genleşme katsayısı

T_H : Sıcak duvar sıcaklığı

T_C : Soğuk duvar sıcaklığı

ν_∞ : Referans kinematik viskozitesi

α_∞ : Referans ısıl yayılma katsayısı

Hız, sıcaklık ve koordinatları boyutsuzlaştırmak için aşağıdaki formül kullanılmıştır.

$$x' = \frac{x}{H}$$

$$y' = \frac{y}{H}$$

$$v' = \frac{v}{v_{maks}}$$

$$u' = \frac{u}{v_{maks}}$$

$$V' = \frac{V}{v_{maks}}$$

$$\theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C}$$

x, y : Koordinat

x', y' : Boyutsuz koordinat

H : Hacim yüksekliği

v_{maks} : Düşey yönde maksimum hız

v' : Boyutsuz düşey hız

v : y yönündeki hız bileşeni

u' : Boyutsuz yatay hız

u : x yönündeki hız bileşeni

V : Bileşke hız

V' : Boyutsuz bileşke hız

θ : Boyutsuz sıcaklık

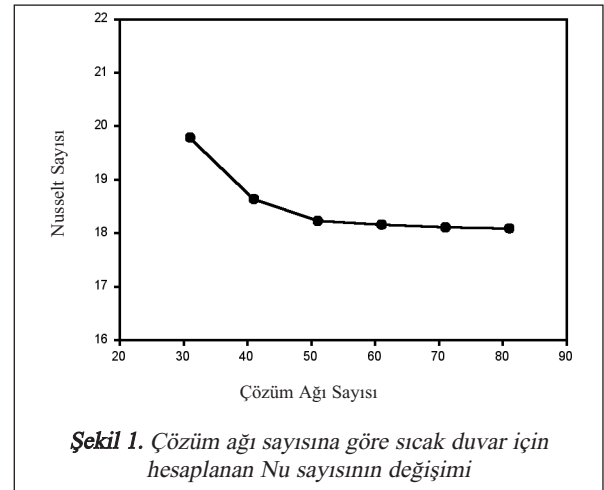
T : Sıcaklık

2.1. Çözüm Ağı Sayısının Tespiti

Çözümlemeler öncesinde doğru kafes yapısının seçilmesi gerekmektedir. Bu nedenle 20x20x20 cm boyutlarındaki küp şeklindeki hacme 31x31x31, 41x41x41, 51x51x51, 61x61x61, 71x71x71 ve 81x81x81 adet çözüm ağı çizilmiştir. Hacmin ortasında bulunan çözüm ağı çizgisinin sağında ve solunda eşit sayıda çözüm ağı çizgisinin olması ve simetri yaratılması düşüncesi ile çözüm ağı sayısı tek sayı seçilmiştir. Aşağıdaki tabloda seçilen çözüm ağı sayısının Fluent CFD programı yardımıyla sıcak duvar için hesaplanan Nu değerleri, bağıl değişim oranları ve çözüm süreleri görülmektedir.

Tablo 1. Çözüm ağı sayısının değişmesi ile hesaplanan Nu değerleri ve % bağıl değişim değerleri

	31x31x31	41x41x41	51x51x51	61x61x61	71x71x71	81x81x81
Nu	19,79	18,64	18,23	18,16	18,11	18,09
Nu için bağıl değişim %		5,8	2,2	0,38	0,27	0,11
Çözüm süresi	5dk	10dk	60 dk	5-10 saat	24 saat	3-4 gün



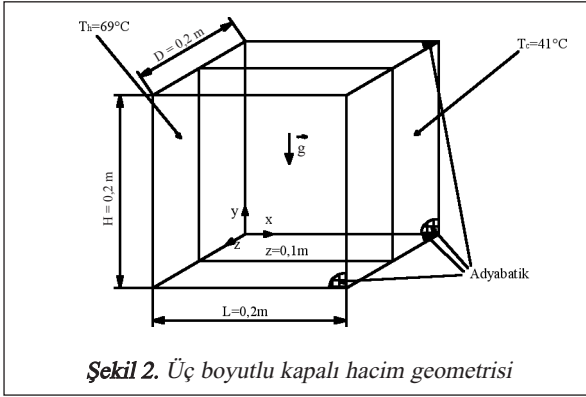
Şekil 1. Çözüm ağı sayısına göre sıcak duvar için hesaplanan Nu sayısının değişimi

Bağıl değişim oranı %2'in altında, çözüm süresi kısa ve Şekil 1'deki eğiminin yataylaştığı değer olan 61x61x61 çözüm ağı, sayısal çözümlemeler için optimum çözüm ağı olarak seçilmiştir.

3. Sayısal Çözümleme Sonuçları

Kullanılacak hacim geometrisi üç boyutlu olup Şekil 2'de gösterilmiştir. Sol yan duvar sabit sıcaklıkta

69°C, sağ yan duvar sabit 41°C, diğer dört duvar adyabatik kabul edilmiştir.

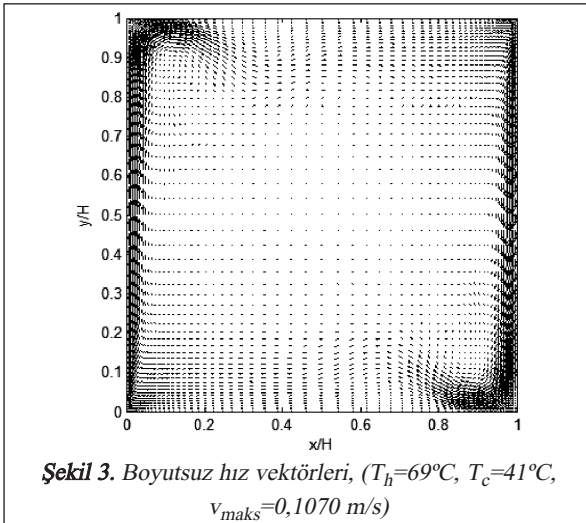


Şekil 2. Üç boyutlu kapalı hacim geometrisi

Kabul edilen sıcaklıklar kullanılarak Rayleigh Sayısı:

$$Ra_L = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_H - T_C) \cdot L^3}{\nu_{\infty} \cdot \alpha_{\infty}} = \frac{9,81 \cdot \frac{1}{328,15} \cdot (69-41) \cdot 0,2^3}{1,87 \cdot 10^{-5} \cdot 2,67 \cdot 10^{-5}} = 1,3 \cdot 10^7$$

olarak hesaplanmıştır. $Ra < 5 \cdot 10^7$ olduğu için akım laminierdir. Bu nedenle Fluent programında laminier viskoz model seçilmiştir. Kapalı hacimler içerisinde akışkan özellikleri sıcak-soğuk yüzey sıcaklık ortalama değerine göre bulunur. Bu nedenle 55°C sıcaklığındaki havanın termo-fiziksel özellikleri programa girilmiştir. Yerçekimi ivmesi y koordinatında -9,81 m/s² olarak girilmiştir. Sınır şartları için, sıcak duvar sabit 69°C, soğuk duvar sabit 41°C sıcaklığında olduğu, diğer duvarlarında adyabatik olduğu programa girilmiştir.



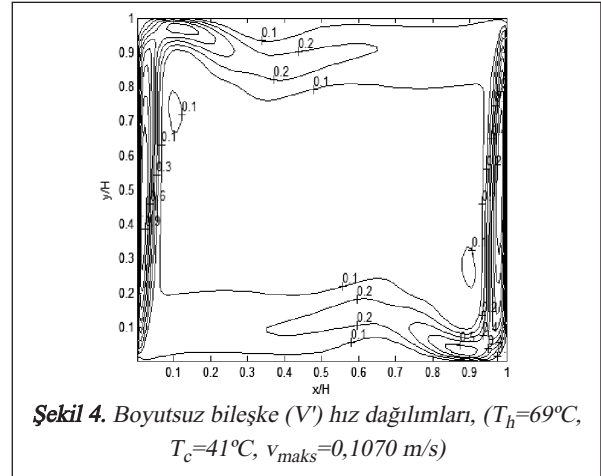
Şekil 3. Boyutsuz hız vektörleri, ($T_h=69^\circ\text{C}$, $T_c=41^\circ\text{C}$, $v_{maks}=0,1070$ m/s)

Fluent CFD programı ile 4000 iterasyon yapılmış bulunan sonuçlar aşağıda verilmiştir.

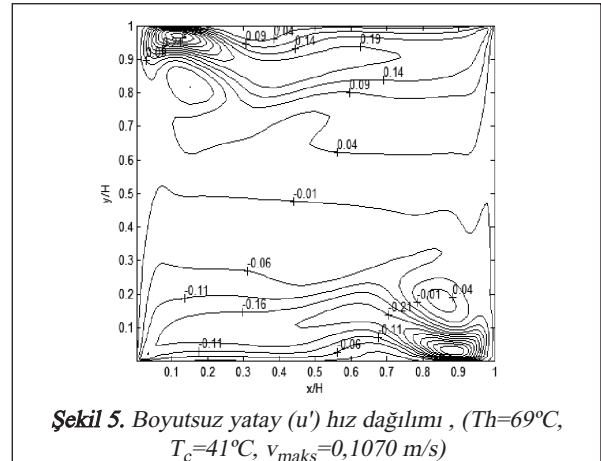
Şekil 3'de boyutsuz hız vektörleri verilmiştir. Hız vektörleri yan düşey duvarlarda hesaplanmış, hacmin ortasında hız vektörleri tespit edilmemiştir.

Şekil 4'de boyutsuz bileşke hız dağılımları, Şekil 5 ve Şekil 6'da sırasıyla boyutsuz yatay ve boyutsuz düşey hız dağılımları verilmiştir. Boyutsuz yatay hızlarda üst duvar bölgesinde soldan sağa doğru, alt duvar bölgesinde sağdan sola doğru hava hızları görülmektedir. Şekil 6'da sağ yan duvarda yukarıdan aşağıya doğru, sol yan duvarda aşağıdan yukarıya doğru hava hızları görülmektedir.

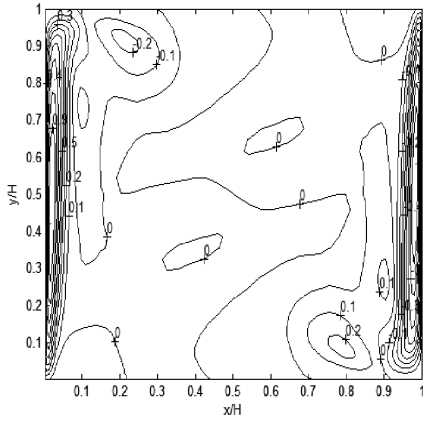
Şekil 7 ve Şekil 8'de sırasıyla boyutlu yatay ve düşey hız dağılımları verilmiştir. Yatay hızlara bakıldığında alt ve üst duvarda en fazla 0,03m/s civarında



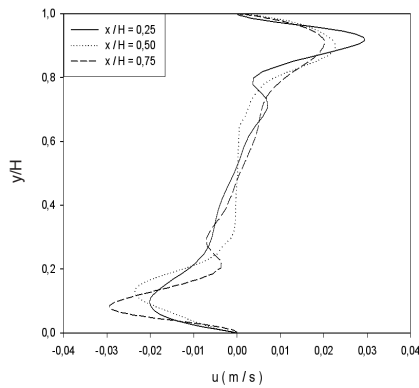
Şekil 4. Boyutsuz bileşke (V) hız dağılımları, ($T_h=69^\circ\text{C}$, $T_c=41^\circ\text{C}$, $v_{maks}=0,1070$ m/s)



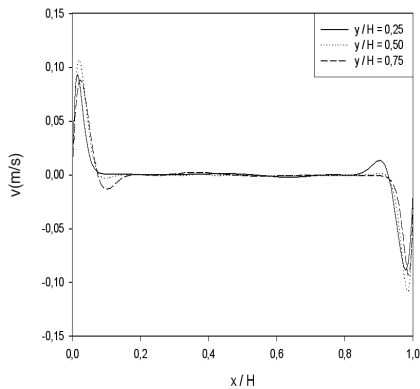
Şekil 5. Boyutsuz yatay (u) hız dağılımları, ($T_h=69^\circ\text{C}$, $T_c=41^\circ\text{C}$, $v_{maks}=0,1070$ m/s)



Şekil 6. Boyutsuz düşey (v) hız dağılımı , ($T_h=69^\circ\text{C}$, $T_c=41^\circ\text{C}$, $v_{maks}=0,1070$ m/s)

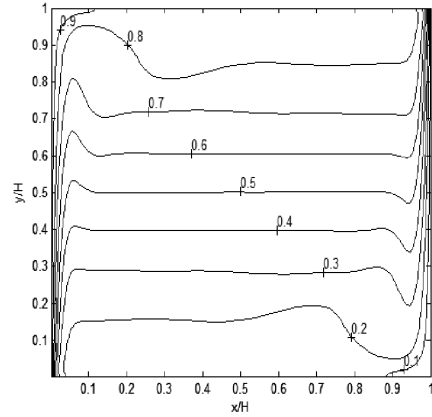


Şekil 7. $x/H=0,25-0,50-0,75$ için yatay hız (u) değişimi ($T_h=69^\circ\text{C}$, $T_c=41^\circ\text{C}$)

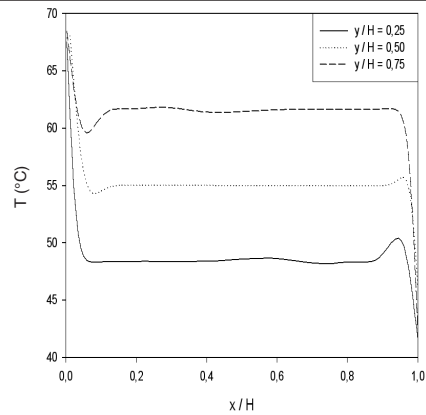


Şekil 8. $y/H=0,25-0,50-0,75$ için düşey hız (v) değişimi ($T_h=69^\circ\text{C}$, $T_c=41^\circ\text{C}$)

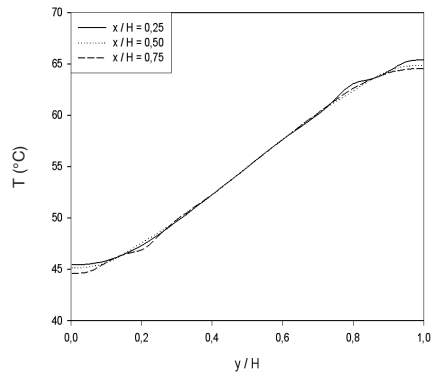
hızların olduğu hesaplanmıştır. Düşey duvarlardaki hesaplanan hava hızı değerleri yatay göre daha fazla olup, 0,1070 m/s civarında hesaplanmıştır.



Şekil 9. Boyutsuz sıcaklık dağılımı ($T_h=69^\circ\text{C}$, $T_c=41^\circ\text{C}$)



Şekil 10. $y/H=0,25-0,5-0,75$ için sıcaklık değişimi ($T_h=69^\circ\text{C}$, $T_c=41^\circ\text{C}$)



Şekil 11. $x/H=0,25-0,5-0,75$ için sıcaklık değişimi ($T_h=69^\circ\text{C}$, $T_c=41^\circ\text{C}$)

Şekil 9'da boyutsuz sıcaklık dağılımı verilmiştir. Sıcaklık değişimi en fazla düşey duvarlarda gerçekleşirken hacim ortasında yatay sabit sıcaklık eğrileri hesaplanmıştır. Hacmin üstlerine doğru sıcaklık değerleri artmaktadır.

Şekil 10 ve Şekil 11’de sırasıyla $y/H=0,25-0,50-0,75$ için sıcaklık değişimi ve $x/H=0,25-0,50-0,75$ için sıcaklık değişimleri verilmiştir. Hacmin alttan yukarı doğru sıcaklığın arttığı anlaşılmaktadır.

4. Sonuçlar

Düşey yandan ısıtılan kapalı hacimler günümüzde birçok sistemde karşımıza çıkabilmektedir. Bu tür sistemlerde genelde düşey duvarlardan biri sıcak olurken, karşı düşey duvar soğuk olmaktadır. Evimizde kullandığımız çift camlar, mutfaklarda kullandığımız fırınlar, buzdolapları, güneş kolektörleri hatta yaşam mahallerimiz bile bu tür bir sistemdir. Bu sistemlerdeki hava hareketlerinin bilinmesi, sıcaklık dağılımlarının hesaplanabilmesi bu tür sistemlerde karşımıza çıkabilecek problemlerde veya iyileştirme çalışmalarında önemli rol oynamaktadır. Bu nedenle kapalı hacimler içindeki hava hızları ve sıcaklık dağılımının bilinmesi gerekmektedir. Bu çalışmada $20 \times 20 \times 20$ cm ölçülerinde olabilecek bir prototip alınmış, hız ve sıcaklık dağılımları çıkarılmıştır. Hız vektörleri genelde düşey duvarlarda hesaplanmış, hacmin ortalarında hızın çok düşük olduğu görülmüştür. Sıcaklık en çok düşey duvarlarda değiştiği, hacim ortasındaki sıcaklık eğrilerinin yatay gerçekleştiği tespit edilmiştir. Hacmin en sıcak kısmı sıcak duvar ve üst duvar bölgesi olduğu tespit edilmiştir. Oluşan hava hızları oldukça düşük bulunmuştur. Düşey duvarlarda hava hız değeri maksimum $0,1070$ m/s olurken yatayda hesaplanan hava hızın maksimum $0,03$ m/s olduğu tespit edilmiştir. Hacmin geneline bakıldığında homojen bir sıcaklık ve hız dağılımı yoktur. Hacim geneline homojen ısıtılmak için zorlanmalı taşınma ihtiyacı vardır. Hacim içine verilecek hava jetleri ile homojen bir hız ve sıcaklık dağılımı elde edilebilir.

Simge Listesi

A_R	Açıklık oranı (uzunluk/yükseklik)
α_∞	Referans ısı yayılma katsayısı
β	Isıl genleşme katsayısı
D	Kapalı hacmin derinliği
ΔT	Sıcaklık farkı
g	Yerçekimi ivmesi
h_{eff}	Referans yüzey ısı transfer katsayısı

H	Hacim yüksekliği
Gr_L	Hacim uzunluğuna göre tanımlanmış Grashof sayısı
k	Akışkanın ısı iletim katsayısı
L	Kapalı hacmin genişliği
Nu	Nusselt sayısı
ν_∞	Referans kinematik viskozitesi
Pr	Prandtl sayısı
Ra	Rayleigh sayısı
Ra_H	Hacim yüksekliğine göre tanımlanmış Rayleigh sayısı
Ra_L	Kapalı hacim uzunluğu göre tanımlanmış Rayleigh sayısı
q''	Isı akısı
T_c	Soğuk duvar sıcaklığı
θ	Boyutsuz sıcaklık
T	Sıcaklık
T_h	Sıcak duvar sıcaklığı
x	Koordinat
x'	Boyutsuz koordinat ($x'=x/H$)
v	y yönündeki hız bileşeni
v'	Boyutsuz düşey hız ($v'=v/v_{maks}$)
V	Bileşke hız
V'	Boyutsuz bileşke hız ($V'=V/v_{maks}$)
v_{maks}	Düşey yönde maksimum hız
y	Koordinat
y'	Boyutsuz koordinat ($y'=y/H$)
z	Koordinat

Kaynaklar

- [1] Ahmed, G.R., Yovanovich, M.M., (1992), "Numerical Study of Natural Convection from Discrete Heat Sources in a Vertical Square Enclosure", J. Thermo Physics, March 1992, v.6, p.121-127.
- [2] Aktaş, M.K., Farouk, B., (2002), "Numerical Simulation of Developing Natural Convection in an Enclosure due to Rapid Heating", International Journal of Heat and Mass Transfer, Sep. 2002, v.46, p.2253-2261.
- [3] Arcidiacono, S., Piazza, I.D., Ciofalo, M., (2000), "Low-Prandtl Number Natural Convection in Volumetrically Heated Rectangular Enclosures II. Square Cavity", $AR=1$ ", International Journal of Heat and Mass Transfer, March. 2000, v.44, p.537-550.

- [4] Behnia, M., Reizes, J.A., Davis, D.V., G., (1990), "Combined Radiation and Natural Convection in a Rectangular Cavity with a Transparent Wall and Containing a Non-participating Fluid", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Feb.1990, v.10, p.305-325.
- [5] Bejan, A., (1995), Convection Heat Transfer, John Wiley & Sons, New York, 1995.
- [6] Chen, K.S., Ho, J.R., Humphrey, J.A.C., (1987), "Steady Two-Dimensional Natural Convection in Rectangular Cavities with Differentially Heated Walls", Journal of Heat Transfer, 1987, v.109, p.400-406.
- [7] De Vahl Davis, G., (1983), "Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Benchmark Numerical Solution", International Journal for Numerical Methods in Fluids, May-Jun. 1983, v.3, p.249-264.
- [8] Frederick, R.L., Quiroz, F., (2000), "On the Transition from Conduction to Convection Regime in a Cubical Enclosure with a Partially Heated Wall", International Journal of Heat and Mass Transfer, May.2001, v.44, p.1699-1709.
- [9] Goto, T., Suzuki, M., (1997), "A Boundary Integral Equation Method for Analysis of Natural Convection", Int. Comm. Heat and Mass Transfer, Jan.1997, v.24, p.663-672
- [10] Leal M.A., Machado, H.A., Cotta, R.M.,(2000), "Integral Transform Solution of Transient Natural Convection in Enclosures with Variable Fluid Properties", International Journal of Heat and Mass Transfer, January 2000, v.43, p.3977-3990.
- [11] Kürekci N.A., Soğutulan ve Isıtılan Hacimlerde Hız ve Sıcaklık Alanlarının İncelenmesi, Doktora Tezi, 2006 İstanbul, Yıldız teknik Üniversitesi.