

# TAM DIŞBAŞI YÜKSEKLİKLİ KREMAYER TAKIMLA EVOLVENT DÜZ DIŞLI İMALATININ BİLGİSAYAR SİMÜLASYONU

Cüneyt Fetvacı

Doç.Dr., İstanbul Üniversitesi,  
Mühendislik Fakültesi,  
Makina Bölümü,  
Avcılar, İstanbul  
fetvacic@istanbul.edu.tr

## ÖZET

Bu çalışmada asimetric evolvent profilli düz dişli çarkların bilgisayar simülasyonu için matematik modellenmesi ele alınmaktadır. Kremayer-tipi kesici takımın denklemleri, koordinat dönüşüm, diferansiyel geometri ve yuvarlanma prensipleri uygulanarak asimetric evolvent düz dişli çarkın matematik modeli verilmiştir. Çeşitli tipten uç geometrileri göz önüne alınmıştır.

Matematik modeli esas alan bilgisayar programları geliştirilerek imal eden ve imal edilen yüzeylerin grafikleri elde edilmiştir. Dizayn parametrelerinin dişli çark geometrisi üzerindeki etkileri imalattan önce incelenebilmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Evolvent profil, asimetric düz dişli, kremayer takım, uç geometrisi

## Computer Simulation of Involute Spur Gears Manufactured By Rack Cutters with Full-Depth Teeth

### ABSTRACT

This paper studies the mathematical model of asymmetric involute spur gears for computerized tooth profile generation. By applying the equations of the rack cutter, the principle of coordinate transformation, the theory of differential geometry, and the theory of gearing, the mathematical model of involute spur gear with asymmetric teeth is given. The varieties of tool tip geometry are considered.

Based on the given mathematical model computer programs are developed to illustrate the generating and the generated surfaces.

**Keywords:** Involute profile, spur gear with asymmetric teeth, rack cutter, tip geometry

Geliş tarihi : 07.11.2012  
Kabul tarihi : 07.01.2013

Fetvacı, C., 2012. "Tam Dişbaşı Yükseklikli Kremayer Takımla Evolvent Düz Dişli İmalatının Bilgisayar Simülasyonu," Mühendis ve Makina, cilt 53, sayı 635, s.34-39

## 1. GİRİŞ

Evolvent profilli düz dişli çarklar, paralel eksenli mil-ler arasında güç iletimini sağlamakta yaygın olarak kullanılmaktadır. Evolvent dişlilerde referans profili bir çubuk dişlidir. Kesici takımların ve imal edilen dişlilerin geometrik özellikleri referans profilin standartlaştırılmış ölçülerine göre tayin edilmektedir. Genelde standart takım ve yerleştirme ile imalat yapılmakla birlikte muhtelif gayeler için takım yerleştirmesinin ve/veya takım profilinin standart harici olduğu imalatlar da söz konusudur. Bu durumda imal edilen dişliler tashihli dişliler olarak adlandırılır [1]. Profil kaydırma tashihi en fazla kullanılan metottur. Kavrama açısının değiştirilmesi veya asimetric tertibi de birçok uygulamada kullanılmaktadır.

Dişli çark mekanizmaları sıklıkla tek yönde çalışmaktadır. Devreye girmeyen yanaklar yüzey mukavemeti veya yenme mukavemetine etki etmezler, dolayısıyla eğilme mukavemetine katkıda bulunacak şekilde modifiye edilebilirler. Bu da dişin asimetric dizaynını gerektirmektedir. Neticede, simetrik dişe göre tabanı daha kalın, böylelikle eğilmeye göre mukavemeti daha yüksek dişliler imal edilebilir. Diş profilinin asimetric tertip edilmesiyle malzeme kalitesi değiştirilmeden dişli çark mekanizmasının yük taşıma kapasitesi arttırılmaktadır [2-4].

Takım uç geometrileri sivri köşeli, yuvarlatılmış köşeli ve tam yuvarlak olabilmektedir. Genelde yuvarlatılmış köşeli takımlar kullanılmakta, yüksek performans gerektiren uygulamalarda diş kökünde gerilme yığılmasını minimize eden geçiş eğrisini sağlayan tam yuvarlak uçlu takımlar tercih edilmektedir. Kesici takım ucunun eğrilik merkezi diş açma simülasyonunda trokoid yörüngeyi takip etmektedir. Bu yörüngeye yuvarlatma yarıçapı kadar eşmesafeli eğri ise taslak diş kökünü şekillendirmektedir. Alipiev, kremayer-tipi takımlarda simetrik ve asimetric haller için uç geometrisindeki çeşitlilikleri incelemiştir [5]. Evolvent derinlik ve kavrama açısı kombinasyonu için dizayn edilebilecek geometriler sistematik olarak tablolarda verilmiştir [5]. Wang, tek eğrilik merkezli tam yuvarlak uçlu asimetric dişli kremayer takımın geometrik özelliklerini sunmuştur [6-7].

Dişli çarkların bilgisayar simülasyonu için literatürde çeşitli yaklaşımlarla sunulan ifadeler mevcuttur [8-11]. Litvin kesici takımın vektörel gösteriminden başlayıp, matris dönüşüm, diferansiyel geometri ve yuvarlanma denklemlerini kullanarak diş profillerini ve geometrik özelliklerini tanımlayan metotlar geliştirmiştir [11]. Vektörel yaklaşım çeşitli kök ve profil modifikasyonlarının matematik modele ilave edilmesinde esneklik sağlamaktadır. Gerek kremayer tipi takım ve gerekse pinyon kesici takımla imal edilen diş yüzeylerini, vektörel yaklaşıma göre matematik modelleyen çalışmalar literatürde sunulmaktadır [11-17]. Yang, Litvin'in vektör yaklaşımından

hareketle kremayer takımla imal edilen asimetric evolvent profilli alın dişli çarkların matematik modelini sunmuştur [16]. Fetvacı ve İmrak [18], Yang'ın matematik modelinden hareketle düz dişli imalatında kremayer takımın izafi hareketini görselleştirmiş, trokoid yörüngeleri modellemiş ve ayrıca diş kökündeki gerilmeleri sonlu eleman metodu ile incelemiştir.

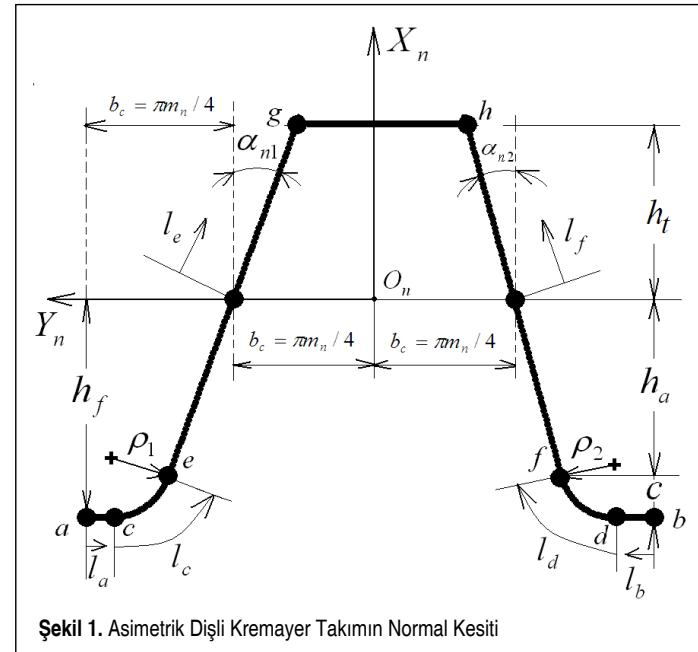
Evolvent düz dişlinin köşeleri yuvarlatılmış uçlu kremayer takımla imalatının bilgisayar simülasyonunu ele alan bir çalışmada imal eden ve imal edilen yüzeylerin matematik modelleri verilmiş ve ayrıca takım ucu eğrilik merkezinin yörüngesi modellenerek sonuçlar görselleştirilmiştir [19]. Diğer bir çalışmada kremayer takımla simetrik evolvent düz dişli imalatında çeşitli takım uç geometrileri için dizayn parametreleri verilmiş ve takımın izafi konumları uç eğrilik merkezlerinin yörüngeleriyle birlikte görselleştirilmiştir [20]. Asimetric evolvent profilli düz dişlilerin kremayer takımla imalatının matematik modellenmesini ele alan bir diğer çalışmada altta kesme analizi de yapılmış ve profil kaydırmanın etkisini inceleyen sonuçlar görselleştirilmiştir [21]. Karpat ve arkadaşları, asimetric evolvent düz dişlilerde aktif yüzeydeki kavrama açısındaki değişimin dişkökündeki azami gerilmelere etkisini sonlu elemanlar metodunu kullanarak incelemiştir [22]. Fetvacı, kremayer-tipi takımla evolvent profilli konik (beveloid) dişli çarkların imalatının matematik modellenmesi ve bilgisayar simülasyonu ele almıştır [23]. Evolvent konik dişli-ler alın düz ve helisel dişlilerin genelleştirilmiş uygulamasıdır ve ayrıca paralel olmayan eksenli tertiplerde de kullanılabilir. Takip eden çalışmada evolvent profilli düz dişli pinyon-çark mekanizmasını eşzamanlı oluşturan müşterek kremayer takımın matematik modeli ele alınmıştır ve imal edilen yüzeyler için gerekli dönüşümler açıklanmıştır [24]. Takip eden bir diğer çalışmada gerek kremayer-tipi ve gerekse pinyon-tipi takımlarla asimetric düz dişli imalatı modellenmiş ve çeşitli uç geometrilerinin etkileri incelenmiştir [25]. Özetlenen bu çalışmalarda genel olarak matematik modeller sivri uçlu takım ve tam yuvarlak uçlu takım durumunda  $h_f = 1.25 \times m_n$  tam diş yüksekliğini sağlamazlar. Ayrıca tam yuvarlak uçlu asimetric profilli takımlardaki bazı uç geometrileri incelenmemiştir.

Bu çalışmada asimetric dişli evolvent düz dişli çarkların kremayer-tipi takımla imalatının matematik modellenmesi ele alınmıştır. Yukarıda ele alınan çalışmalardan farklı olarak, Yang'ın [16] sunduğu ifadeler sivri uçlu takım ve tam yuvarlak uçlu takım içinde  $h_f = 1.25 \times m_n$  dişbaşı yüksekliğini sağlayacak şekilde düzenlenmiştir. Çeşitli tipten uç geometrisinin, dizayn parametrelerinin ve profil kaydırmanın imal edilen diş geometrisine etkilerini incelemek üzere programlar geliştirilmiştir. Sivri uçlu, yuvarlatılmış uçlu ve tam yuvarlak uçlu takımlar için örnekler verilmiştir. Asimetric dişli tam yuvarlak uçlu takımlar çeşitli tertipler de incelenmiştir. Takım ucu eğrilik merkezinin diş açma prosesindeki yörüngeleri gösteril-

miştir. Sunulan bu çalışma dizayn parametrelerinin etkilerinin imalattan önce incelenmesini sağlamaktadır.

## 2. KESİCİ TAKIM MATEMATİK MODELİ

Çalışmanın bu bölümünde, imalat simülasyonunda kullanılan takımın geometrik özellikleri incelenmektedir. Şekil 1'de normal kesitte takım dişi görülmektedir.  $S_n (X_n, Y_n, Z_n)$  koordinat sisteminin orijini, kremayer takım diş boşluğunun ortasına konumlandırılmıştır. Pozitif  $X_n$  eksenini yukarı doğru, pozitif  $Y_n$  eksenini sola doğru yönlendirilmiştir ve  $Z_n$  eksenini sağ el kuralıyla tayin edilmiştir. Takım sağ ve sol yanlarda referans eksenine göre farklı açılı taban düz uç, taban yuvarlatılmış köşe ve aktif kenardan oluşmaktadır. Referans kremayera ait özellikler ISO53 standardından uyarlanmıştır [26].



Şekil 1. Asimetrik Dişli Kremayer Takımın Normal Kesiti

Şekil 1'de gösterildiği üzere, kesici takımın  $\bar{ac}$  ve  $\bar{bd}$  bölgeleri asimetrik dişli çarkın tabanını oluşturmaktadır.  $\bar{ac}$  bölgesindeki bir noktanın  $X_n$  eksenine göre yerini  $l_a$  parametresi  $0 \leq l_a \leq b_c - h_f \tan \alpha_{n1} + \rho_1 \tan \alpha_{n1} - \rho_1 \sec \alpha_{n1}$  aralığında tayin etmektedir. Benzer şekilde  $l_b$  parametresi  $\bar{bd}$  bölgesinde bir noktanın  $X_n$  eksenine göre yerini  $0 \leq l_b \leq b_c - h_f \tan \alpha_{n2} + \rho_2 \tan \alpha_{n2} - \rho_2 \sec \alpha_{n2}$  aralığında tayin etmektedir.  $c_y = 0, 1, 2, \dots$  seçilerek takım istenilen sayıda diş ile tanımlanabilir.  $\alpha_{n1}$  ve  $\alpha_{n2}$ , sol ve sağ kenarların kavrama açılarıdır.  $a_c$  kesici takım dişbaşı yüksekliğini tayin eden parametre ve  $b_c = \pi m_n / 4$  takım diş kalınlığının yarısıdır. Normal modül  $m_n$  sembolüyle ve takım ucunun yuvarlatma yarıçapları  $\rho_1$  ve  $\rho_2$  sembolleriyle gösterilmektedir. Yuvarlatma yarıçapları arasında  $c = \rho_1 \times (1 - \sin \alpha_{n1}) = \rho_2 \times (1 - \sin \alpha_{n2})$  bağıntısı geçerlidir.  $S_n (X_n, Y_n)$  koordinat sisteminde  $\bar{ac}$  ve  $\bar{bd}$  bölgelerinin denklemleri aşağıdaki ifadelerle tayin edilir.

$$R_n^{ac} = \begin{Bmatrix} x_n^{ac} \\ y_n^{ac} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -h_f \\ \frac{\pi m_n}{2} - l_a + c_y \pi m_n \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$R_n^{bd} = \begin{Bmatrix} x_n^{bd} \\ y_n^{bd} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -h_f \\ -\frac{\pi m_n}{2} + l_b + c_y \pi m_n \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Şekil 1'de gösterildiği üzere, kesici takımın  $\bar{ce}$  ve  $\bar{df}$  bölgeleri imal edilen dişli çarkın kök yüzeylerini oluşturmaktadır.  $\bar{ce}$  bölgesindeki bir noktanın yerini  $l_c$  parametresi  $0 \leq l_c \leq 90^\circ - \alpha_{n1}$  aralığında tayin etmektedir. Benzer şekilde  $\bar{df}$  bölgesindeki bir noktanın yerini  $0 \leq l_d \leq 90^\circ - \alpha_{n2}$  aralığında  $l_d$  parametresiyle tayin edilmektedir.  $S_n$  koordinat sisteminde,  $\bar{ce}$  ve  $\bar{df}$  bölgelerinin yer vektörleri aşağıdaki ifadelerle tayin edilir.

$$R_n^{ce} = \begin{Bmatrix} x_n^{ce} \\ y_n^{ce} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -h_f + \rho_1 - \rho_1 \cos l_c \\ b_c + h_f \tan \alpha_{n1} - \rho_1 \tan \alpha_{n1} + \rho_1 \sec \alpha_{n1} - \rho_1 \sin l_c + c_y \pi m_n \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$R_n^{df} = \begin{Bmatrix} x_n^{df} \\ y_n^{df} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -h_f + \rho_2 - \rho_2 \cos l_d \\ -b_c - h_f \tan \alpha_{n2} + \rho_2 \tan \alpha_{n2} - \rho_2 \sec \alpha_{n2} + \rho_2 \sin l_d + c_y \pi m_n \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Kesici takımın  $\bar{eg}$  ve  $\bar{fh}$  bölgeleri asimetrik sol ve sağ evolvent yüzeylerini sırasıyla oluşturmaktadır. Şekil 1'de görüldüğü üzere,  $l_e$  parametresi  $\bar{eg}$  bölgesindeki bir noktanın yerini  $-h_a / \cos \alpha_{n1} \leq l_e \leq h_a \cos \alpha_{n1}$  aralığında tayin etmektedir. Benzer şekilde  $l_f$  parametresi  $\bar{fh}$  bölgesinde bir noktanın yerini  $-h_a / \cos \alpha_{n2} \leq l_f \leq h_a \cos \alpha_{n2}$  aralığında tayin etmektedir.  $\bar{eg}$  ve  $\bar{fh}$  bölgelerinin yer vektörleri  $S_n$  koordinat sisteminde aşağıdaki ifadelerle tayin edilir.

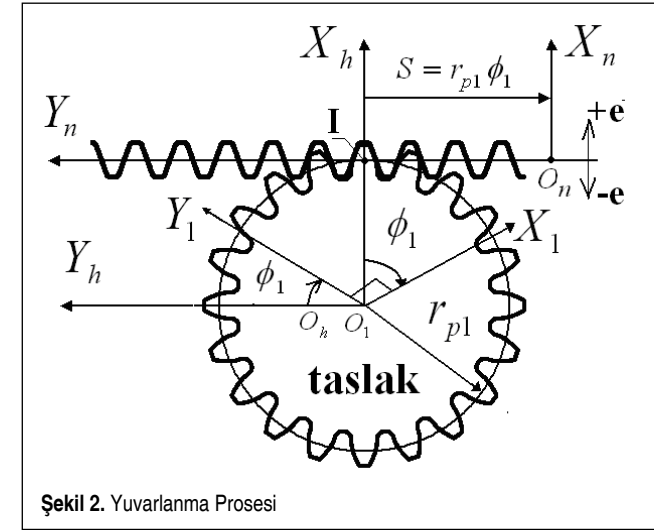
$$R_n^{eg} = \begin{Bmatrix} x_n^{eg} \\ y_n^{eg} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} l_e \cos \alpha_{n1} \\ b_c - l_e \sin \alpha_{n1} + c_y \pi m_n \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$R_n^{fh} = \begin{Bmatrix} x_n^{fh} \\ y_n^{fh} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} l_f \cos \alpha_{n2} \\ -b_c + l_f \sin \alpha_{n2} + c_y \pi m_n \end{Bmatrix} \quad (6)$$

## 3. DIŞLI ÇARK MATEMATİK MODELİ

İmal edilen dişli çarkın matematik modeli ise yuvarlanma denklemi ile kesici takımın geometrik yerinin bir kombinasyonudur. Kesici takım ile dişli taslağı arasındaki koordinat bağı Şekil 2'de gösterilmiştir.  $S_n (X_n, Y_n, Z_n)$  kremayer takımın koordinat sistemi,  $S_1 (X_1, Y_1, Z_1)$  dişlinin koordinat sistemi ve  $S_h (X_h, Y_h, Z_h)$  sabit olan referans koordinat sistemidir. Koordinat sistemleri sağ el kuralına uymaktadır. Yuvarlanma prosesinde takım  $S = r_{p1} \phi_1$  kadar öteleme hareketi yaparken dişli taslağı  $\phi_1$  açısı kadar dönmektedir.

$S_n$  koordinat sisteminden  $S_1$  koordinat sistemine dönüşümü sağlayan koordinat dönüşüm matrisi (10) numaralı ifadeyle verilmiştir.



Şekil 2. Yuvarlanma Prosesi

$$[M_{1n}] = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 & -\sin \phi_1 & 0 & r_{p1} \phi_1 \sin \phi_1 + (r_{p1} + e) \cos \phi_1 \\ \sin \phi_1 & \cos \phi_1 & 0 & -r_{p1} \phi_1 \cos \phi_1 + (r_{p1} + e) \sin \phi_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Böylelikle, kremayer takım yüzeylerinin geometrik yeri imal edilen dişli çarkın koordinat sisteminde ifade edilir.

$$R_i = [M_{1n}] R_n^i, \quad (i = \bar{ac}, \dots, \bar{fh}) \quad (11)$$

Dişli Ana Kanunu gereğince hareketin herhangi bir safhasında müşterek normal ani dönme merkezinden geçmelidir. Bu kanunun matematiksel ifadesi olan Eş Çalışma denklemi  $S_n$  koordinat sisteminde (12) numaralı denklemle ifade edilebilir.

$$\frac{X_n^i - x_n^i}{n_{xc}^i} = \frac{Y_n^i - y_n^i}{n_{yc}^i} \quad (12)$$

$X_n^i, Y_n^i$  ve  $Z_n^i$  koordinat sistemi  $S_n$ 'de takım-taslak mekanizmasının ani dönme eksenini I-I üzerindeki bir noktanın koordinatlarını;  $x_n^i, y_n^i$  ve  $z_n^i$  kremayer takımın yüzey koordinatlarını;  $n_{xc}^i, n_{yn}^i$  ve  $n_{zn}^i$  yüzey birim normali  $n_n^i$ 'nin doğrultman kosinüslerini ifade eder.  $\phi_1$  yuvarlanma parametresini ve  $r_{p1}$  imal edilen dişli çarkın taksimat dairesini gösterir. (10) numaralı denklemde verilen  $[M_{1n}]$  koordinat dönüşüm matrisinde terimi takımın taksimat doğrusunun taslağın taksimat dairesine göre ötelenmesini, diğer bir ifadeyle profil kaydırma miktarını ifade eder.

Kremayer takım ile imal ettiği dişlinin eş çalışma denklemi (12) numaralı denklemin düzenlenmesiyle genel olarak aşağıdaki ifadeyle elde edilir.

$$\phi_1 = (y_n^i n_{xn}^i - x_n^i n_{yn}^i) / (r_{p1} n_{xn}^i) \quad (13)$$

Takımın aktif kenarları için takım-taslak evolvent yüzeyi eş çalışma denklemi, (5-7) ve (9) numaralı denklemlerin (13) numaralı denkleme uygulanmasıyla elde edilir.

$$f(l_e, \phi_1) = (l_e - b_c \sin \alpha_{n1}) + (r_{p1} \phi_1) \sin \alpha_{n1} = 0 \quad (14)$$

$$f(l_f, \phi_1) = (l_e - b_c \sin \alpha_{n2}) - (r_{p1} \phi_1) \sin \alpha_{n2} = 0 \quad (15)$$

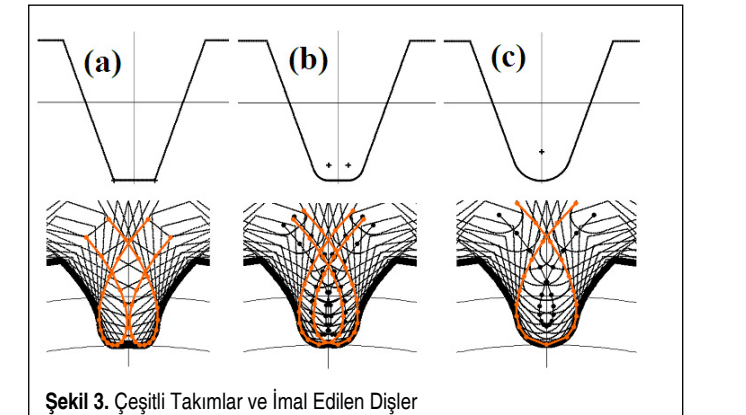
İmal edilen dişlinin evolvent, trokoid ve diş tabanı yüzeylerinin matematik modeli  $S_1$  koordinat sisteminde (1-6) ve (13) numaralı denklemlerin (11) numaralı denklemde yerlerine konulmasıyla elde edilmektedir. Örnek olarak, kesici takımın  $eg$  bölgesinin şekillendirdiği dişli taslağın evolvent yanağının denklemi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{cases} x_1^{eg} = l_e \cos \alpha_{n1} \cos \phi_1 - (b_c - l_e \sin \alpha_{n1}) \sin \phi_1 + r_{p1} (\cos \phi_1 + \phi_1 \sin \phi_1) \\ y_1^{eg} = l_e \cos \alpha_{n1} \sin \phi_1 + (b_c - l_e \sin \alpha_{n1}) \cos \phi_1 + r_{p1} (\sin \phi_1 - \phi_1 \cos \phi_1) \\ \phi_1 = ((b_c \sin \alpha_{n1} - l_e) / (r_{p1} \sin \phi_1)) \end{cases} \quad (16)$$

## 4. BİLGİSAYAR UYGULAMALARI

Çeşitli dizayn parametrelerinin dişli geometrisindeki etkilerini incelemek üzere yukarıda verilen matematik model programlanarak bilgisayar ortamına aktarılmıştır. BASIC dilinde hazırlanan programın çıkış dosyaları GRAPHER grafik işleme programında değerlendirilerek imal eden ve imal edilen dişli yüzeyleri görselleştirilmiştir.

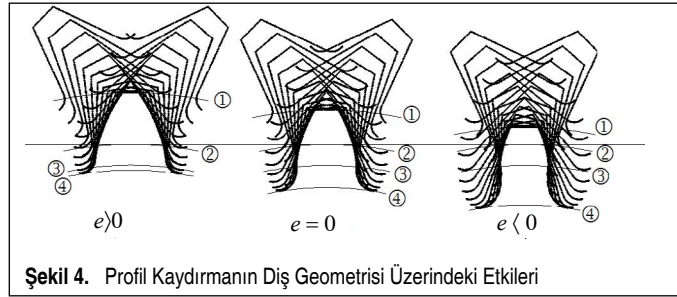
Şekil 3'te tam derinlikli çeşitli takımlar, taslak diş boşluğunun şekillendirilmesi ve takımın ucu eğrilik merkezinin yörüngesi gösterilmektedir. Şekil 3-a'da sivri uçlu takım görülmektedir. Şekil 3-b'de görüldüğü üzere takımın yuvarlatılmış ucunun eğrilik merkezleri merkez doğrusunun sağında ve solunda konumlanmaktadır. Eğrilik merkezi birincil trokoid yörüngeyi takip eder, bu eğriye paralel eğri ise diş kökünü tayin eder. Şekil 3-c'de tam yuvarlak uçlu takımın ise eğrilik merkezi diş merkez doğrusu üzerindedir.



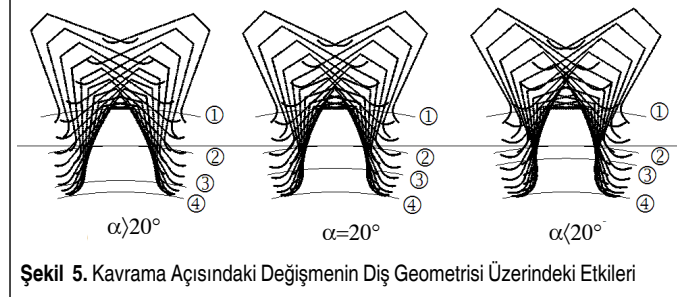
Şekil 3. Çeşitli Takımlar ve İmal Edilen Dişler

Şekil 4'te kremayer takımla düz dişli çark imalatında profil kaydırmanın diş geometrisi üzerindeki etkileri görselleştirilmiştir. 1,2,3 ve 4 numaralı daireler sırasıyla dişbaşı, imalat

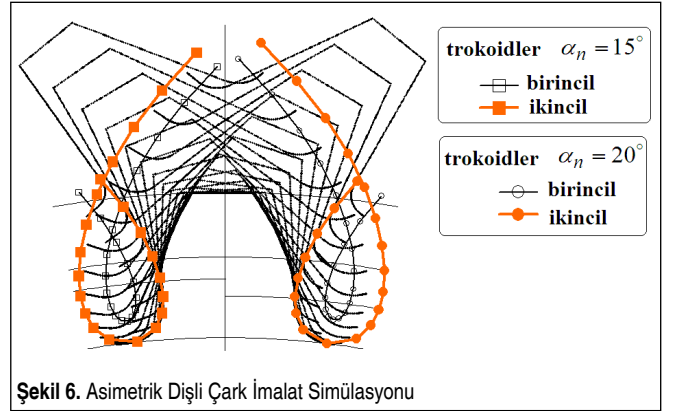




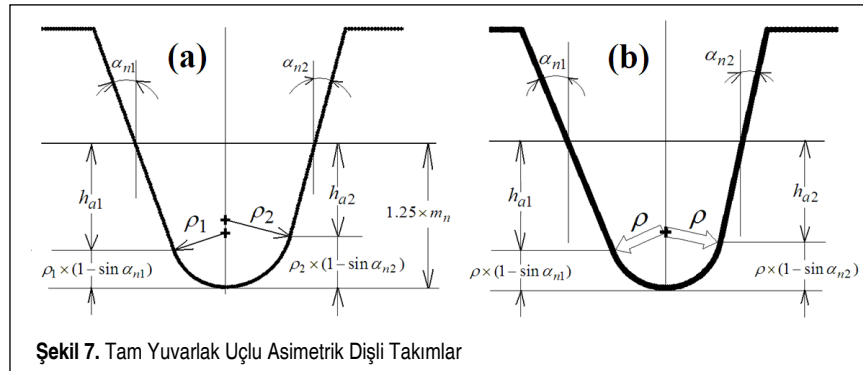
Şekil 4. Profil Kaydırmanın Diş Geometrisi Üzerindeki Etkileri



Şekil 5. Kavrama Açısındaki Değişimin Diş Geometrisi Üzerindeki Etkileri



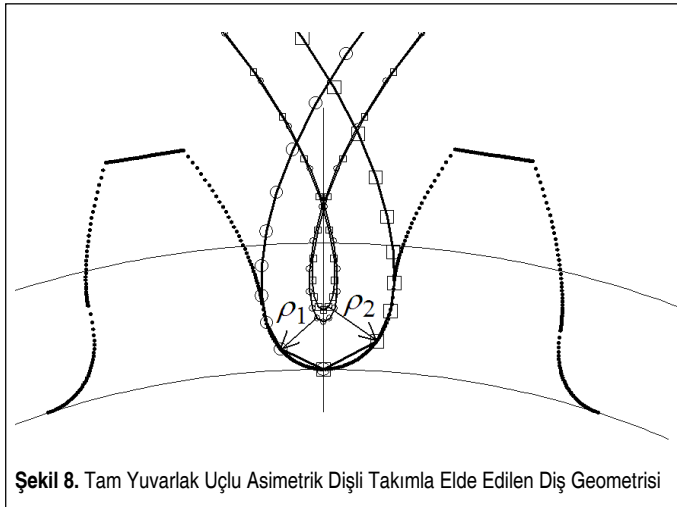
Şekil 6. Asimetrik Dişli Çark İmalat Simülasyonu



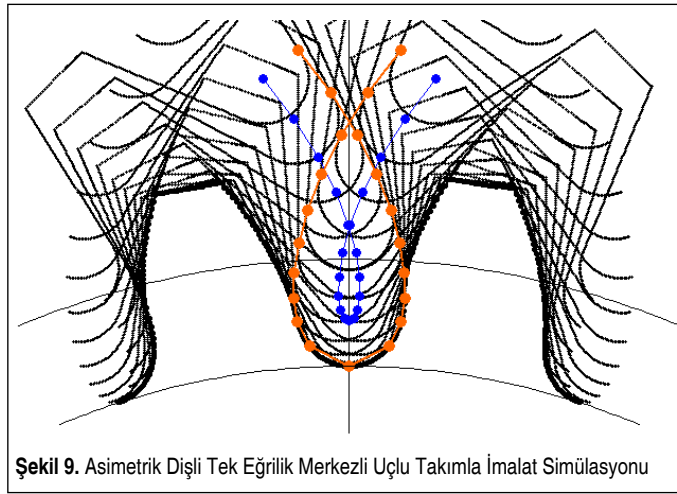
Şekil 7. Tam Yuvarlak Uçlu Asimetrik Dişli Takımlar

taksimat, temel ve dişdibi dairelerini göstermektedir. Pozitif profil kaydırmada dişbaşı sivrileşmekte, negatif profil kaydırmada ise dişdibi kesiti zayıflamaktadır.

Şekil 5'te kavrama açısındaki değişimin diş geometrisi üzerindeki etkileri gösterilmektedir. Standart kavrama açısı  $\alpha = 20^\circ$  dir. Yüksek kavrama açılı takımlarla imalatta dişli çarkın dişbaşı sivrileşmekte, düşük kavrama açılı takımlarla imalatta ise dişdibi kesiti zayıflamaktadır. Kavrama açısının değişti-



Şekil 8. Tam Yuvarlak Uçlu Asimetrik Dişli Takımla Elde Edilen Diş Geometrisi



Şekil 9. Asimetrik Dişli Tek Eğrilik Merkezli Uçlu Takımla İmalat Simülasyonu

rilmesi yapılan tashihde imal edilen dişlinin imalat taksimat dairesindeki diş kalınlığı değişmez.

Asimetrik dişli takımla imal edilen düz dişli geometrisi ve kesici takımın izafi konumları Şekil 6'da gösterilmiştir. Asimetrik dişlide sağ ve sol yanaklar farklı kavrama açılarıdır ve buna bağlı olarak sağ ve sol evolventi oluşturan temel daireleri farklıdır. Yuvarlatılmış uçta sağ ve sol kenarların eğrilik merkezleri diş merkez doğrusuna asimetrik konumdadır.

Asimetrik dişli takımlar tam yuvarlak uçlu olarak da dizayn edilebilir. Uç eğrilik merkezlerinin konumlarına göre takım geometrisi değişmektedir. Şekil 7'de iki farklı takım gösterilmektedir. Şekil 7-a'da gösterilen tam derinlikli takımda diş merkezde doğru üzerinde konumlu iki ayrı eğrilik merkezi vardır. Bu takımda taksimat hattı üzerindeki sağ ve sol diş yarı kalınlıkları eşittir [5]. Wang vd. geliştirdiği Şekil 7-b'deki tek eğrilik merkezli takımda ise taksimat hattı üzerindeki sağ ve sol diş yarı kalınlıkları farklıdır [6-7]. Burada eğrilik yarıçapı-

nın hesabı bir yüzeydeki evolvent derinliğine bağlıdır. İteratif yaklaşımla  $h_f = 1.25 \times m_n$  tam derinliğe karşılık gelen evolvent derinliği bulunabilir.

Uç eğrilik merkezlerin sağ ve sol kenarlar için farklı olduğu asimetrik takımla imal edilen dişli geometrisi Şekil 8'de verilmiştir. Görsel netlik amacıyla ikincil trokoidlerin sadece diş kökünü şekillendiren yarıları gösterilmiştir.

Tam yuvarlak uçunun eğrilik merkezinin tek olduğu asimetrik dişli takımla (Şekil 7-b) elde edilen diş geometrisi, takımın izafi konumları ve trokoidal yörüngeler Şekil 9'da gösterilmiştir.

## 5. SONUÇLAR

Bu çalışmada kremayer-tipi takımla düz dişlilerin imalat simülasyonu ele alınmıştır. Kaydırılmış takım yerleştirmesini ve asimetrik profili de göz önüne alan matematik model verilmiştir. Verilen matematik model sivri, köşelerinden yuvarlatılmış ve tam yuvarlak uçlu hallerde  $h_f = 1.25 \times m_n$  takım baş yüksekliğini (veya taslakta dişdibi derinliği) sağlamaktadır. Çeşitli uç geometrileri için görselleştirme yapılmıştır. Diş kökünü tayin eden trokoid yörüngeler gösterilmiştir. Tam yuvarlak uçlu takımlardaki çeşitli uç tertipleri incelenmiştir. Asimetrik diş halinde diş merkez doğrusu üzerinde sağ ve sol kenarlara ait iki ayrı eğrilik merkezi olabilir. Tek eğrilik merkezli yuvarlak uçlu asimetrik takımda ise farklı matematik model kullanılmış ve baş yüksekliğinin iteratif yaklaşımla  $h_f = 1.25 \times m_n$  olarak elde edilebileceği görülmüştür. Takım izafi konumlarından hareketle kaldırılan talaş geometrisi tayin edilebilir ve takım ömür analizi yapılabilir. Çalışma taşlama ve raspalama paylı uçlu takımlara genişletilebilir ve ayrıca helisel dişli simülasyonuna uyarlanabilir.

## KAYNAKÇA

1. Ulukan, L. 1970. Makina Elemanları Ders Notu : Tashihli Dişliler, İTÜ Makina Fakültesi Makina Elemanları Kürsüsü, İstanbul.
2. Muni, D.V., Kumar, V.S., Muthuveerappan, G. 2007. "Optimization of Asymmetric Spur Gear Drives for Maximum Bending Strength Using Direct Gear Design Method," Mechanics Based Design of Structures and Machines, vol. 35, no. 2, p. 127 - 145.
3. Kapelevich, A. 2000. "Geometry and Design of Involute Spur Gears with Asymmetric Teeth," Mechanism and Machine Theory, vol. 35, p. 117-130.
4. Costopoulos, T., Spitas, V. 2009. "Reduction of Gear Fillet Stresses by Using One-sided Involute Asymmetric Teeth," Mechanism and Machine Theory, vol. 44, no. 8, p. 1524-1534.
5. Alipiev, O. 2011. "Geometric Design of Involute Spur Gear Drives with Symmetric and Asymmetric Teeth Using the Realized Potential Method," Mechanism and Machine Theory, vol. 46, no. 1, p. 10-32.
6. Wang, S., Liu, G.R., Zhang, G.Y., Chen, L. 2011. "Accurate Bending Strength Analysis of the Asymmetric Gear using the Novel Es-Pim with Triangular Mesh," International Journal of Automotive and Mechanical Engineering, vol. 4, p. 373-397.
7. Wang, S., Liu, G.R., Zhang, G.Y., Chen, L. 2011. "Design of

Asymmetric Gear and Accurate Bending Stress Analysis using the Es-Pim with Triangular Mesh," International Journal of Computational Methods, vol. 8, no. 4, p. 759-772.

8. Buckingham, E. 1949. Analytical Mechanics of Gears, McGraw-Hill, New York, USA.
9. Salamoun, C., Suchy, M. 1973. "Computation of Helical or Spur Gear Fillets," Mechanism and Machine Theory, vol. 8, no. 3, p. 305-323.
10. Arıkan, M.A.S. 1995. "Determination of Maximum Possible Contact Ratios for Spur Gear Drives with Small Number of Teeth," ASME Design Engineering Technical Conferences, vol. 82, p. 569-576.
11. Litvin, F.L. Gear Geometry and Applied Theory, 1994, Prentice Hall, New Jersey, USA.
12. Kuang, J.H., Chen, W.L. 1996. "Determination of Tip Parameters for the Protuberance Preshaving Cutters," Mechanism and Machine Theory, vol. 31, no. 7, p. 839-849.
13. Chang, S.L., Tsay, C.B. 1998. "Computerized Tooth Profile Generation and Undercut Analysis of Noncircular Gears Manufactured with Shaper Cutters," Journal of Mechanical Design, vol. 120, no. 1, p. 92-99.
14. Liu, C.C., Tsay, C.B. 2001. "Tooth Undercutting of Beveloid Gears," ASME Journal of Mechanical Design, vol. 123, p. 569-576.
15. Figliolini, G., Angeles, J. 2003. "The Synthesis of Elliptical Gears Generated by Shaper-Cutters," Journal of Mechanical Design, vol. 125, no. 4, p. 793-801.
16. Yang, S.C. 2005. "Mathematical Model of a Helical Gear With Asymmetric Involute Teeth and Its Analysis," International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 26, no. 5-6, p. 448-456.
17. Chen, C.F., Tsay, C.B. 2005. "Tooth Profile Design for the Manufacture of Helical Gear Sets with Small Numbers of Teeth," Int. J. of Machine Tools and Manufacture, vol. 45, no. 12-13, p. 1531-1541.
18. Fetvacı, C., İmrak, C. 2008. "Mathematical Model of a Spur Gear with Asymmetric Involute Teeth and Its Cutting Simulation," Mechanics Based Design of Structures and Machines, vol.36, no. 1, p. 34- 46.
19. Fetvacı, C., İmrak, C. 2007. "Kremayer Takım ile Evolvent Düz Dişli İmalatının Bilgisayar Simülasyonu," Mühendis ve Makina, cilt 48, sayı 572, s. 9-15.
20. Fetvacı, C., İmrak, C. 2007. "Evolvent Düz Dişli Çarklarda Diş Kökü Eğrilerinin İncelenmesi," Mühendis ve Makina, cilt 48, sayı 570, s. 18-22.
21. Fetvacı, C., İmrak, C. 2008. "Asimetrik Evolvent Düz Dişli Çarkların Matematik Modellenmesi ve Altın Kesme Analizi," Mühendis ve Makina, cilt 49, sayı 583, s. 23-28.
22. Karpat, F., Çavdar K., Babalık, F.C. 2004 "Asimetrik Evolvent Profilli Düz Dişli Çarkların Geometrisi ve Gerilme Analizi," Mühendis ve Makina, cilt 45, sayı 528, s. 40-49.
23. Fetvacı, C. 2010. "Evolvent Konik Dişli Çarkların Bilgisayar Simülasyonu," Mühendis ve Makina, cilt 51, sayı 602, s. 12-18.
24. Fetvacı, C. 2010. "Asimetrik Evolvent Profilli Düz Dişli Çark Mekanizmalarının Matematik Modellenmesi," Mühendis ve Makina, cilt 51, sayı 603, s. 1-7.
25. Fetvacı, C. 2011. "Yuvarlaklama Metodu ile İmal Edilen Asimetrik Evolvent Düz Dişlilerin Bilgisayar Simülasyonu, Mühendis ve Makina, cilt 52, sayı 616, s. 60-69.
26. ISO53 Cylindrical Gears for General and Heavy Engineering-Basic Rack, International Organization for Standardization, Switzerland, 1974.