

makale

FONKSİYON ÜRETİMİ İÇİN ÇOK UZUVLU WATT2 MEKANİZMASININ OPTİMUM TASARIMI

*Hüseyin MUTLU**

** Yrd. Doç. Dr., Mersin Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümü*

Bu makalede, 6 uzuvlu Watt mekanizması zincirinde üçlü uzuvlardan birisinin gövde yapılması ile elde edilen Watt2 mekanizmasının, verilen bir fonksiyonu en az toplam hatayla üretecek biçimde tasarımı için bir teknik geliştirilmiştir. Bu teknik bilgisayar programı haline getirilerek, iki tane sayısal örnek gösterilmiştir.

Anahtar sözcükler : *Fonksiyon üretimi, en küçük kareler, yapısal hata, çok uzuvlu mekanizma*

Here in this paper a technique is developed to design Watt2 mechanism, obtained by fixing one of the ternary links in Watt chain with six links, so that the desired function can be generated with minimum total error. This technique is adapted for computer programming. The results are demonstrated on two examples.

Keywords: *Function generation, least square, structural error, multi link mechanisms*

GİRİŞ

Mekanizma, hareket ve kuvvet aktarmaya, ya da bir cismin noktalarını belirli yörüngeler üzerinde ilerletmeye yarayan mekanik bir düzenlemedir [1]. Bu yüzden mekanizma öncelikle hareket fikrini akla getirir. Hareket aktarımı mekanizmalarda, mekanizmaya ait kinematik büyüklüklerle ilişkili bir aktarma fonksiyonuna göre gerçekleşir. Giriş uzvundan verilen bir hareket, belirli bir fonksiyonel dönüşümle çıkış uzvundan alınır. Böylelikle mekanizmalar, giriş ve çıkış uzvu hareketlerinin kontrolünü sağlayan ve bu kontrol işlevini karakterize eden bilgilerin, mekanizmaya ait kinematik büyüklüklerde saklandığı bir bilgi deposu olarak düşünülürler. Sözü edilen kinematik büyüklüklerin, anılan hareket kontrol işlevini gerçekleştirmek üzere seçilmesi ise fonksiyon üretimi problemi olarak adlandırılır.

Fonksiyonel dönüşümler çok çeşitli mekanizmalar yardımı ile gerçekleştirilebilir. Kam, dişli, raçet vs. gibi mekanizmalar bunlara örnek verilebilir [2]. Bunların içerisinde önemli birisi de, diğerlerine göre daha ekonomik ve basit olan kol mekanizmalarıdır.

Kol mekanizmalarının tasarımında, çıkış kolunun dönme, salınma ve kayma şeklindeki hareketlerinin zamanın bir fonksiyonu, veya giriş kolunun hareketinin bir fonksiyonu olması istenir.

Örneğin; yüksek sıcaklık, basınç, zehirli gaz ve kimyasal maddeler, aşırı yükler altında çalışma gibi insan sağlığı için elverişsiz ve tehlikeli ortamlarda, uzaktan kumandayla ölçme ve denetleme işlevinin yerine getirilmesi gibi kontrol olaylarında [3] veya, bir konveyör hattında, konveyör hareket halinde iken, şişe kapama, geri dönme, bir sonraki kapağı alma gibi, bir hareket programlaması olayı kol mekanizmalarının fonksiyon Üretimi kapsamında çözümlenmesi ile mümkün

olur [4]. Doğrusal olmayan mekanik çıktıları doğrusallaştırma işlemi de fonksiyon sentezi kapsamında düşünülür [5].

Fonksiyon üretimi problemi, istenen bir fonksiyonu sağlayacak mekanizma parametrelerinin saptanmasıdır. Burada olaya iki türlü yaklaşım mümkündür. Birincisi istenen veya verilen fonksiyonu hatasız (tam) olarak üretecek mekanizmaların araştırılması, ikincisi ise istenen fonksiyonu kabul edilebilir bir yaklaşıklıkta üretebilecek, türü belirlenmiş mekanizmanın bilinmeyen parametrelerinin bulunmasıdır. İstenen bir fonksiyonu tam olarak üretecek mekanizma sayılarının sınırlı olmasına karşılık [6] herhangi bir fonksiyonu yaklaşık olarak üretecek mekanizma sayıları çok daha fazladır. Bu yüzden, hatasız fonksiyon üretecek mekanizmaları araştırmak hem zor hem de pahalı bir olay olduğundan, tam sentez yerine yaklaşık senteze [7] ilişkin yöntemlerin geliştirilmesi çok daha akılcıdır.

Mekanizmalarda giriş ve çıkış uzuvları arasında çok karmaşık matematiksel ilişkilerin olması nedeniyle önceleri sentez problemlerine grafiksel yaklaşımlarla çözümler arama yoluna gidilmiştir.[8]. Fakat grafiksel metotlarda çözüm çizim hassasiyeti ile sınırlı ve her yeni veri için tekrarı gerektirdiğinden uzun ve sıkıcı bir yöntemdir. Hızlı hesaplama olanağına sahip bilgisayarın ortaya çıkması yaklaşık fonksiyon üretimi problemlerinde çok sayıda analitik yöntemlerin geliştirilmesini olanaklı kılmıştır.

Geliştirilen pek çok analitik yöntemin ortak noktası, istenen fonksiyonla, mekanizmanın ürettiği fonksiyon arasındaki farkı (hata) amaç fonksiyonu olarak ele alıp bu hatayı, belirli bir çalışma aralığında en aza indirmektir. Bu yüzden, yöntemlerin birçoğunda optimizasyon fikri mevcuttur. Metotlar, amaç fonksiyonunun (hata fonksiyonu) en aza indirilmesinde kullanılan matematiksel yaklaşımlara göre farklı isimler alırlar. Bunlardan en çok kullanılanlar; Kesin nokta metodu [9], Alt bölge metodu [10], Galerkin metodu [11], En küçük kareler metodu [12] sayılabilirler.

Yaklaşık sentez problemlerinde, üretilen fonksiyon ile istenen fonksiyon arasındaki hataya yapısal hata da denir [8]. Yapısal hatanın en aza indirilmesinde, en önemli faktör, mekanizmaya ait bilinmeyen parametre sayılarının fazlalığıdır. Daha önce sözü edilen yöntemler iterasyona dayandığından, bilinmeyen parametre sayısı fazla olduğunda, çözümde çok büyük güçlükler ortaya çıkmakta, çoğu zaman da çözümü mümkün olmamaktadır. Örneğin [13] de dokuz konuma uygulanan kesin nokta sentezinin çözümünde Newton-Raphson adıyla bilinen sayısal, doğrusal olmayan denklem çözüm tekniği, "Çizme bağı" denilen bir çözüm stratejisi içinde kullanılmıştır. Ancak, karmaşık denklem doğasından ötürü, çizim her başlangıç değeri için var olmamaktadır. Çözüm olması halinde bile farklı başlangıç değeri için farklı sonuçlar elde edildiği gösterilmiştir. Bunların dışında, mekanizmaların kinematik sentez problemlerinde kullanılan kısıtlamalı veya kısıtlamasız çeşitli optimizasyon tekniklerinin yer aldığı çalışmalarda [15,16,17,18], temel sorunların başında optimizasyon sürecini başlatacak ilk tahmin değerlerinin uygun seçilmesidir [19]. Düzlemsel mekanizmaların boyutsal sentezinin yapay sinir ağları kullanılarak gerçekleştirildiği çalışmada [20] elde edilen mekanizma boyutlarının klasik boyutsal optimizasyon yöntemlerinde ilk tahmin değerleri olarak da kullanılabileceği önerilmiştir. Görüldüğü gibi, sayısal tekniklerin kullanıldığı klasik optimizasyon yöntemlerinin temel sorunlarının başında uygun başlangıç değerlerinin seçilmesi gelmektedir.

Fonksiyon üretiminde yapısal hatanın en aza indirilmesindeki temel koşullardan birisinin parametre sayısı fazla olan çok uzuvlu mekanizmalardan yararlanılmasıdır. Fonksiyon sentezi problemin çözümünde yapısal hatanın istenen düzeyde elde edilmemesi halinde, ilk denenecek mekanizma 6-çubuklu mekanizmalardır. 6-çubuklu zincir iki şekilde zorunlu hareketli mekanizma

oluşturmaktadır. Watt ve Stephenson mekanizmaları .Bunlardan özellikle üçlü uzuvlardan birinin gövde yapıldığı Watt2 mekanizması fonksiyon sentezinin yukarıda belirtilen temel hedefi için potansiyel içermektedir.

Bu çalışmada 6-çubuklu zincirlerden türetilen zorunlu hareketli Watt2 mekanizmasının istenen fonksiyonları üretecek şekilde en iyi tasarımı için bir teknik geliştirilmiştir. Bu teknikte 6-çubuklu Watt2 mekanizması, iki tane modül adı verilen fonksiyon üretici dört çubuk mekanizmasına ayrıştırılmıştır. Bu modüllerin ürettiği fonksiyonlar, seri olarak bağlandıklarında elde edilen Watt2 mekanizması istenen fonksiyonu üretecek biçimde, seçilmiştir.

Tasarımda kullanılan optimizasyon yöntemi iterasyona dayandığından, iterasyonu başlatacak ilk tahmin değerlerinin uygun seçilmesine bağlıdır. Bu nedenle, başlangıçta sözü edilen 4-çubuk modüllerinin en iyi tasarımı gerçekleştirilir ise, bu modüllerin oluşturduğu Watt2 mekanizmasının kinematik boyutları, optimizasyon tekniğinin ilk tahmin değerleri olarak kullanılması yakınsamanın garanti altına alınması bakımından uygun olacaktır. Söz konusu yaklaşım bilgisayar program paketi haline getirilmiştir. Toplam yapısal hatanın en küçük kareler anlamında en aza indirilmesi sırasında ortaya çıkan birinci ve ikinci türev işlemleri program paketi içinde analitik türev alma yerine, sayısal tekniklerle gerçekleştirilmiştir. İntegral işlemlerinde ise Simpson kuralı kullanılmıştır. Sonuçta ise istenen fonksiyonları en az hatayla üretecek 6-Çubukların optimum tasarımı gerçekleştirilmiştir.

FONKSİYON ÜRETEN 4-ÇUBUK MEKANİZMASI YARDIMI ile 6 UZUVLU WATT2 MEKANİZMASININ OLUŞTURULMASI

Fonksiyon üretiminde yapısal hatanın en aza indirilmesindeki temel koşullardan birisi de tasarım parametre sayısının artırılmasıdır. Verilen fonksiyon üreten 4-çubuk mekanizmasının tasarım parametre sayısının az olması nedeniyle, tasarımı 6-uzuvlu Watt2 mekanizmasına göre daha kolaydır. Bu nedenle, iki tane 4-çubuk mekanizmasının seri bağlanması sonucunda oluşturula bilen Watt2 mekanizması için öncelikle iki tane farklı fonksiyon üreticisi 4-çubuk mekanizması tasarımına gereksinim vardır. Kapalı çözümlere dayalı metotlar kullanılarak elde edilen dört çubuk mekanizmasının tasarımına burada değinilmemiştir[14]. Ancak Watt2 mekanizmasının kurulması için gereken 4-çubuk mekanizması tasarım değerleri [14] den elde edilmiştir.

Verilen fonksiyonu üreten 4-çubuk mekanizmaları, birbirlerine çeşitli bağlama biçimleri

kullanılarak çok uzuvlu mekanizma yapıları elde edilebilir. Örneğin Şekil-1 de görülen 6 uzuvlu

Watt2 mekanizması iki tane farklı fonksiyon üreten dört çubuk modülünün seri bağlanması

sonucunda elde edilebilir. Şekil-1. referans alınarak, birinci modül olan QABM dört çubuk

mekanizmasının giriş kolu $\psi\Delta$ derece dönmesi esnasında çıkış kolu da çalışma $\alpha\Delta$ arlığında döner

iken $y = f_1(x), x_0 \leq x \leq x_n$ fonksiyonunu, MCDO dört çubuğunun temsil ettiği ikinci modül de

verilen çalışma aralığında $y = f_2(x), x_0 \leq x \leq x_n$ fonksiyonunu üretecek biçimde tasarlanırsa, bunların seri bağlanması sonucunda ortaya çıkan Watt2 mekanizması da,

$$y = f_2(f_1(x)), x_0 \leq x \leq x_n \quad (1)$$

şeklindeki bileşik fonksiyonu üretecektir. Watt2 mekanizmasının ürettiği fonksiyonun istenilen bir fonksiyon olabilmesi için, modüllerin ürettiği fonksiyonların (1) ifadesindeki bileşik fonksiyonun yapısından çıkarılması gerekir.

$f_1(x)$ ve $f_2(x)$ fonksiyonlarını üretecek biçimde tasarımı gerçekleştirilen ve gövde uzunlukları bire eşit olan 4-çubuk modüllerinden birincisinin kinematik parametreleri sırası ile giriş kolu uzunluğu, biyel kolu uzunluğu, çıkış kolu uzunluğu, giriş kolunun ilk konum açısı ve çıkış kolunun ilk konum açısı $[x'_1, x'_2, x'_3, \psi'_0, \alpha'_0]$ olmak üzere, benzer biçimde ikincisi de $[x''_1, x''_2, x''_3, \psi''_0, \alpha''_0]$ olarak belirlenirse, bu iki modülün seri bağlanması sonucunda elde edilen Watt2 mekanizmasının kinematik büyüklükleri aşağıdaki gibi olur, Şekil-1.

$$\left[\begin{array}{l} x_1 = x'_1; \quad x_2 = x'_2; \quad x_3 = x'_3; \quad x_4 = x''_1; \quad x_5 = x''_2; \quad x_6 = 1; \quad x_7 = x''_3; \\ x_8 = 1; \quad x_9 = 0; \quad \psi_0 = \psi'_0; \quad \eta = \alpha'_0 - \alpha''_0; \quad \gamma_0 = \psi''_0; \end{array} \right] \quad (2)$$

(2) parametre kümesinde yer alan boyutsal büyüklüklerden bir tanesi (örneğin x_6) ölçek faktörü olarak seçilebilmesi nedeniyle fonksiyon üreticisi Watt2 mekanizmasının bilinmeyen parametre sayısı 11 olur. Ayrıca (2) de verilen parametre kümesine bağlı olarak Şekil 1'de görülen mekanizmanın yapısal hata ifadesi ($e(x)$) aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$e(\psi) = \gamma_{th} - \gamma_{ac} \quad (3)$$

Burada, γ_{th} (6) bağıntısında hesaplanan ve Watt2 mekanizmasının üretmesi istenen fonksiyondan elde edilen teorik çıkış kolu açısını, γ_{ac} de mekanizmanın konum analizinden hesaplanan gerçek

çıkış kolu açısı olup, $t = \tan \frac{\gamma_{ac}}{2}$ dönüşümü yapılarak aşağıdaki 4. dereceden polinomun kökleri .yardımı ile hesaplanır.

$$p_4 t^4 + p_3 t^3 + p_2 t^2 + p_1 t + p_0 = 0 \quad (4)$$

Burada $(p_0, p_1, p_2, p_3, p_4)$ değerleri Watt2 mekanizmasının kinematik büyüklüklerine bağlı katsayılarıdır. Ayrıca üretilmesi istenilen fonksiyonun bağımsız değişkeni x $x_0 \leq x \leq x_n$ aralığında, bağımlı değişkeni y de $y(x_0) \leq y(x) \leq y(x_n)$ aralığında verildiğinde, Watt2 mekanizmasının giriş kolu $\psi_0 \leq \psi \leq \psi_n$ aralığında ve çıkış kolu da $\gamma_0 \leq \gamma \leq \gamma_n$ aralığında dönecek biçimde seçilirse, fonksiyon değişkenleri ile mekanizma değişkenleri arasında aşağıdaki doğrusal bağıntılar kurulabilir.

$$\psi(x) = \psi_0 + R_x(x - x_0); R_x = \frac{\Delta \psi}{\Delta x}; \Delta \psi = \psi_n - \psi_0; \Delta x = x_n - x_0 \quad (5)$$

$$\gamma(x) = \gamma_0 + R_y(y(x) - y(x_0)); R_y = \frac{\Delta \gamma}{\Delta y}; \Delta \gamma = \gamma_n - \gamma_0; \Delta y = y(x_n) - y(x_0) \quad (6)$$

Modüler yaklaşımla oluşturulan Watt2 mekanizmasının (2) ifadesinden elde edilen boyutsal büyüklükler, aşağıdaki gibi bir amaç fonksiyonunu kullanarak yapısal hata dağılımının azaltılması sürecinde kullanılacak bir minimizasyon metodunda yakınsamanın garanti altına alınmasını sağlayan ilk tahmin değerleri olarak kullanılabilir.

$$E = \int_{\psi_0}^{\psi_n} e^2(\psi) d\psi = \int_{\psi_0}^{\psi_n} (\gamma_{th} - \gamma_{ac})^2 d\psi = Min ! \quad (7)$$

Şekil-1 de görülen 6 uzuvlu mekanizmanın uzuv sayısı, n adet fonksiyon üreten dört çubuk

mekanizmasının seri bağlanması ile, artırılabilir. Bu durumda ortaya çıkan çok uzuvlu mekanizmanın üreteceği bileşik fonksiyon,

$$y = f_n(f_{n-1}(\dots f_2(f_1(x)))) \quad (8)$$

şeklinde olur.

EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ ile WATT2 MEKANİZMASININ OPTİMİZASYONU

(6) ifadesindeki (e) hata fonksiyonu Watt2 mekanizmasına ait 11 adet bilinmeyen parametreyi içermektedir. (7) ifadesinin minimum olması, E fonksiyonunun bilinmeyen parametre sayısı kadar türevlerinin sıfıra eşit olması koşulunu gerektirir. Bu aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\frac{\partial E}{\partial x_i} = 0, i = 1, 2, 3, \dots, 11 \quad (9)$$

(8) koşulu (6) ya uygulanırsa;

$$f_i(x_i) = \int_{\psi_0}^{\psi_n} e \frac{\partial e}{\partial x_i} d\psi = 0, i = 1, 2, 3, \dots, 11 \quad (10)$$

Şeklinde 11 bilinmeyenli 11 adet doğrusal olmayan denklem takımına ulaşılır.

(10) ifadesinde yer alan (e) hata fonksiyonunun (2) eşitliğindeki değeri yerine yazılırsa,

$$f_i(x_i) = \int_{\psi_0}^{\psi_n} (\gamma_{th} - \gamma_{ac}) \frac{\partial (\gamma_{th} - \gamma_{ac})}{\partial x_i} d\psi = 0, i = 1, 2, 3, \dots, 11 \quad (11)$$

elde edilir.

(11) nolu denklem $\underline{E}(\underline{x}) = \underline{0}$ olarak aşağıdaki gibi matris biçiminde gösterilebilir.

$$\underline{E}(\underline{x}) = [f_1(\underline{x}), f_2(\underline{x}), \dots, f_{11}(\underline{x})]^T = [0, 0, \dots, 0]^T \quad (12)$$

$$\underline{x} = [x_1, x_2, \dots, x_{11}]^T \quad (13)$$

Burada \underline{x} vektörü mekanizmaya ait 11 adet bilinmeyen parametreleri içermektedir. (12) deki doğrusal olmayan denklem kümesinin \underline{x} e göre çözümü için, Newton-Raphson esaslı, aşağıdaki ardışık tekrar ifadesi kullanılabilir.

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{x}_k - w \underline{J}[\underline{x}_k]^{-1} E(\underline{x}_k), k = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

Burada, \underline{x}_{k+1} bir sonraki ardışık tekrarda elde edilen parametreleri, $\underline{J}[\underline{x}_k]^{-1}$ de fonksiyon matrisinin ikinci türevini içeren Jakobiyen matrisinin invers matrisini göstermektedir. Ayrıca, yukarıdaki ifadede yakınsama olmaması durumunda, yakınsamayı sağlayıcı w gevşetme faktörü kullanılmıştır. Başlangıçta $w=1$ seçildiğinde (14) ifadesi Newton-Raphson yöntemi olmaktadır. Eğer ardışık tekrar ifadesi belirli bir çözüm değerinden uzaklaşma ve ya dallanma eğilimi gösterirse, w değeri sistematik olarak değiştirilerek (örneğin s birden büyük bir sayı olmak üzere $w=-w/s$ yapılarak) yakınsama sağlanır.

Buna göre (14) ifadesinden bir çözüm değerine ulaşmak için aşağıdaki adımlar izlenir:

- i) i) Önce maksimum ardışık tekrar sınırı (n) seçilir ve ardışık tekrarı sonlandırma kriteri için küçük bir ε_s sayısı seçilir.
- ii) ii) Yapılan ardışık tekrar sayısının tespiti için $j=1$ ataması yapılır.
- iii) iii) Watt2 mekanizmasının istenilen fonksiyonu üretmesini sağlayacak biçimde (1) ifadesine uygun olacak biçimde tasarlanmış iki farklı fonksiyon üreticisi 4-çubuk mekanizmanın kinematik boyutları yardımı ile ardışık tekrarı başlatacak \underline{x}_0 bilinmeyen vektörünün başlangıç değerleri,

$$\underline{x}_0 = [x_1^0, x_2^0, \dots, x_{11}^0]^T = [x_1', x_2', x_3', x_1'', x_2'', x_3'', 1.0, 0.0, 0.0, \psi_0', \alpha_0' - \alpha_0'', \psi_0'']^T \text{ şeklinde oluşturulur ve}$$

bu değerler (7) bağıntısında yerine yazılarak $E(\underline{x}_0)$ toplam hatası hesaplanır.

- iv) iv) $w=1$ seçilerek ardışık tekrar denklemi (14) den \underline{x}_j hesaplanır.

- v) v) (7) bağıntısından yazılarak $E(\underline{x}_j)$ toplam hatası hesaplanır.
- vi) vi) Ardışık hata değeri $E(\underline{x}_j)$ ve $E(\underline{x}_{j-1})$ karşılaştırılır. Eğer $E(\underline{x}_j) > E(\underline{x}_{j-1})$ ise $w = -w/s$ ($s > 1$) yapılarak v. adıma gidilir.

- vii) vii) $\left| \frac{E(\underline{x}_{j-1}) - E(\underline{x}_j)}{E(\underline{x}_{j-1})} \right| < \epsilon_s$ veya $j > n$ ise tasarım süreci tamamlanmış olur. Aksi durumda ise j bir artırılarak ($j = j + 1$) iv nolu adıma gidilir ve işlemler tekrarlanır.

Yukarıda anlatılan analitik düşünceler PASCAL dili kullanılarak bilgisayar yazılımına dönüştürülerek iki tane sayısal örnek izleyen kısımda gösterilmiştir.

SAYISAL SONUÇLAR ve TARTIŞMA

Bu çalışmada, istenilen bir fonksiyonu üreten 6 uzuvlu Watt2 mekanizmasının iki aşamalı olan tasarım sürecinin ikinci aşamasına yer verilmiştir. Birinci aşama iki farklı fonksiyon üreten dört çubuk mekanizmasının tasarımı, ikinci aşama ise elde edilen dört çubuk mekanizmalarının seri bağlanması sonucu elde edilen başlangıç Watt2 iki mekanizmasının yapısal hata bakımından iyileştirilmesi sürecidir. Bu nedenle, örnek olarak verilecek sayısal sonuçlarda yer alan başlangıç Watt2 mekanizmasının oluşturulması için gerekli dört çubuk mekanizmalarının kinematik boyutları, [14] de geliştirilmiş bilgisayar yazılımı kullanılarak elde edilmiştir.

Çok uzuvlu Watt2 mekanizmasının üretmesi istenilen fonksiyonel ilişki genellikle tasarımcının uygulamadaki ihtiyaçları göz önüne alınarak belirlenir. Örneğin, amaç bir fiziksel büyüklüğün ölçülmesi ise, söz konusu büyüklüğün fiziksel etkisinin mekanizma değişkenleri olan açıl dönme cinsinden ifade edilmesi gerekir. Verilen sayısal örneklerde ise bu yol izlenmemiştir. Kullanılan yöntemin etkinliğini göstermek için bilinen bazı fonksiyonlar doğrudan kullanılmıştır. Zaten uygulamalarda da karşımıza çıkan fonksiyonlar bilinen bu tür fonksiyonlara benzer olmaktadır. Örneğin, açık kanallarda akan bir suyun hızının, bir cismin ağırlığının ve bir taşıtın ivmesinin ölçümünde karşımıza $\tan x$ fonksiyonunu içeren ifadeler çıkar[14].

Örnek 1: $y = \sin x$, $0^0 \leq x \leq 90^0$ fonksiyonunu üreten 6 uzuvlu Watt2 mekanizması başlangıç Watt2 mekanizmasının $y = \sin x$, $0^0 \leq x \leq 90^0$ fonksiyonunu üretecek şekilde kurulması için birinci dört çubuk mekanizması $f_1(x) = e^{\sin x}$, $0^0 \leq x \leq 90^0$ fonksiyonunu üretecek biçimde, ikinci dört çubuk da $f_2(x) = \ln x$, $1 \leq x \leq e$ fonksiyonunu üretecek şekilde seçilirse, bu mekanizmaların seri bağlanması sonucu oluşan ilk Watt2 mekanizması da (1) ifadesine göre $y = \sin x$, $0^0 \leq x \leq 90^0$ fonksiyonunu üretecektir.

Söz konusu 4-çubuk mekanizmalarının kinematik boyutları, gövde uzunluğu sadece ölçek faktörü olduğundan, gövde boyu 1 seçilerek aşağıda verilmiştir.

Birinci 4-Çubuk mekanizmasının kinematik boyutları:
Giriş kolu dönme miktarı ($\psi\Delta$) = 90^0 ; Çıkış kolu dönme miktarı ($\alpha\Delta$) = 20^0 ;
Giriş kolunun harekete başlama açısı (ψ'_0) = 105.03^0 ; Çıkış kolunun harekete başlama açısı (α'_0) = 155.70^0 ; Giriş kolu uzunluğu (x'_1) = 0.157787 ; Biyel kolu uzunluğu (x'_2) = 0.346516 ; Çıkış kolu uzunluğu (x'_3) = 0.823287 ;
Üretilen fonksiyondaki en büyük yapısal hata = $\%0.56371$;

İkinci 4-Çubuk mekanizmasının kinematik boyutları:
Giriş kolu dönme miktarı ($\psi\Delta$) = 20^0 ; Çıkış kolu dönme miktarı ($\alpha\Delta$) = 60^0 ;
Giriş kolunun harekete başlama açısı (ψ''_0) = 8.60^0 ; Çıkış kolunun harekete başlama açısı (α''_0) = 304.38^0 ; Giriş kolu uzunluğu (x''_1) = 1.197063 ; Biyel kolu uzunluğu (x''_2) = 1.033595 ; Çıkış kolu uzunluğu (x''_3) = 0.958550 ;
Üretilen fonksiyondaki en büyük yapısal hata = $\%0.1658032$;

Oluşan başlangıç Watt2 mekanizmasının kinematik boyutları, Şekil-1 e göre:
Giriş kolu dönme miktarı ($\psi\Delta$) = 90^0 ; Çıkış kolu dönme miktarı ($\gamma\Delta$) = 60^0 ;
 $x_1=0.157788$; $x_2=0.346517$; $x_3=0.823288$; $x_4=1.197063$; $x_5=1.033595$; $x_6=1.000000$; $x_7=0.958550$;
 $x_8=1.000000$; $x_9=0.000000$; $\eta=147.1012^0$; $\psi_0=105.0309^0$; $\gamma_0=304.3856^0$; Üretilen fonksiyondaki en büyük yapısal hata = $\%0.7753$;

Hataların kareleri toplamı (Σe^2) = $9.526 \cdot 10^{-6}$;
Yukarıda elde edilen başlangıç Watt2 mekanizmasının kinematik boyutları optimizasyon sürecini başlatan başlangıç değerleri olarak kullanıldığı zaman Watt2 mekanizmasının son boyutları aşağıdaki gibi sonuçlanır.

Sonuç Watt2 mekanizmasının kinematik boyutları, Şekil-1 e göre:

Giriş kolu dönme miktarı ($\psi\Delta$) = 90^0 ; Çıkış kolu dönme miktarı ($\gamma\Delta$) = 60^0 ;
 $x_1=0.120332$; $x_2=0.454482$; $x_3=0.684548$; $x_4=1.251516$; $x_5=0.947588$; $x_6=1.000000$; $x_7=0.846738$;
 $x_8=0.983069$; $x_9=0.029300$; $\eta=147.4478^0$; $\psi_0=104.208^0$; $\gamma_0=293.5335^0$; Üretilen fonksiyondaki en büyük yapısal hata = $\%0.0620$;

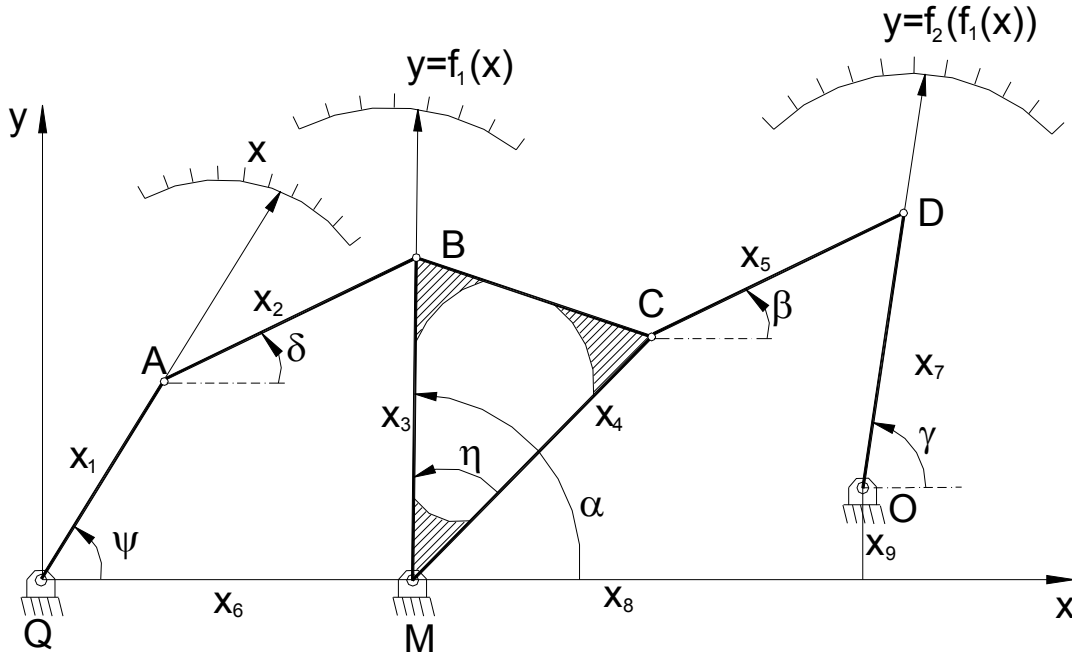
Hataların kareleri toplamı (Σe^2) = $1.715 \cdot 10^{-7}$;

Yukarıda elde edilen başlangıç Watt2 mekanizmasının kinematik boyutları optimizasyon sürecini

başlatan başlangıç değerleri olarak kullanıldığı zaman Watt2 mekanizmasının son boyutları aşağıdaki gibi sonuçlanır.

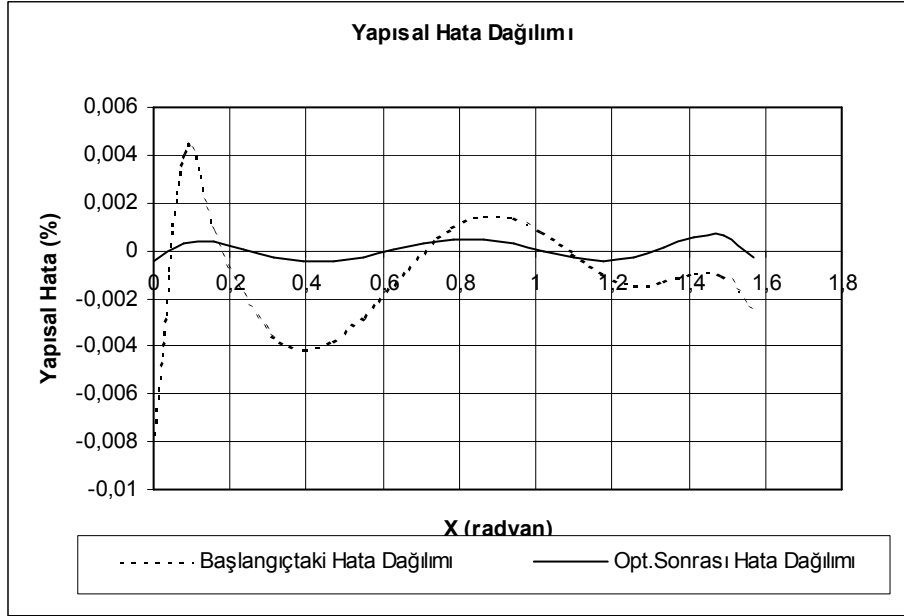
Örnek 2: $y = \tan x$, $0^\circ \leq x \leq 45^\circ$ fonksiyonunu üreten 6 uzumlu Watt2 mekanizması. Başlangıç Watt2 mekanizmasının $y = \tan x$, $0^\circ \leq x \leq 45^\circ$ fonksiyonunu üretecek şekilde kurulması için birinci dört çubuk mekanizması $f_1(x) = x$, $0 \leq x \leq \pi/4$ fonksiyonunu üretecek biçimde, ikinci dört çubuk da $f_2(x) = \tan x$, $0^\circ \leq x \leq 45^\circ$ fonksiyonunu üretecek şekilde seçilirse, bu mekanizmaların seri bağlanması sonucu oluşan ilk Watt2 mekanizması da (1) ifadesine göre $y = \tan x$, $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ fonksiyonunu üretecektir.

Buna göre 1. örnekteki benzer olarak elde edilen 4-çubuk mekanizmasının kinematik boyutları aşağıdaki gibidir.



Şekil-1. Verilen Fonksiyonu Üreten Watt2 Mekanizmasının Tasarım

Parametreleri



Şekil-2. $y = \sin x$, $0^0 \leq x \leq 90^0$ Fonksiyonunu Üreten 6 Uzunlu Watt2 Mekanizmasına Ait Yapısal Hata Dağılımı

Birinci 4-Çubuk mekanizmasının kinematik boyutları:

Giriş kolu dönme miktarı (ψ_{Δ}) = 80^0 ; Çıkış kolu dönme miktarı (α_{Δ}) = 90^0 ;

Giriş kolunun harekete başlama açısı (ψ'_0) = 15.13^0 ; Çıkış kolunun harekete başlama açısı

(α'_0) = 1.00^0 ; Giriş kolu uzunluğu (x'_1) = 10.28212; Biyel kolu uzunluğu (x'_2) = 2.60535; Çıkış kolu

uzunluğu (x'_3) = 8.33041

Üretilen fonksiyondaki en büyük yapısal hata = %0.32986 ;

İkinci 4-Çubuk mekanizmasının kinematik boyutları:

Giriş kolu dönme miktarı (ψ_{Δ}) = 90^0 ; Çıkış kolu dönme miktarı (α_{Δ}) = 80^0 ;

Giriş kolunun harekete başlama açısı (ψ_0'') = 29.86°; Çıkış kolunun harekete başlama açısı (α_0'') = 3.12°; Giriş kolu uzunluğu (x_1'') = -2.79634; Biyel kolu uzunluğu (x_2'') = 1.21265; Çıkış kolu uzunluğu (x_3'') = -3.36551

Üretilen fonksiyondaki en büyük yapısal hata = %0.0374;

Oluşan başlangıç Watt2 mekanizmasının kinematik boyutları, Şekil-1 e göre:

Giriş kolu dönme miktarı ($\psi\Delta$) = 80°; Çıkış kolu dönme miktarı ($\gamma\Delta$) = 80°;

$x_1=10.28212$; $x_2=2.60535$; $x_3=8.33041$; $x_4=-2.79634$; $x_5=1.21265$; $x_6=1.000000$; $x_7=-3.36551$; $x_8=1.000000$; $x_9=0.000000$; $\eta=-28.8611^0$; $\psi_0 =15.1305^0$; $\gamma_0 =3.1200^0$; Üretilen fonksiyondaki en büyük yapısal hata = %0.0755;

Hataların kareleri toplamı (Σe^2) = 8.717 10^{-8} ;

Yukarıda elde edilen başlangıç Watt2 mekanizmasının kinematik boyutları optimizasyon sürecini başlatan başlangıç değerleri olarak kullanıldığı zaman Watt2 mekanizmasının son boyutları aşağıdaki gibi sonuçlanır.

Sonuç Watt2 mekanizmasının kinematik boyutları, Şekil-1 e göre:

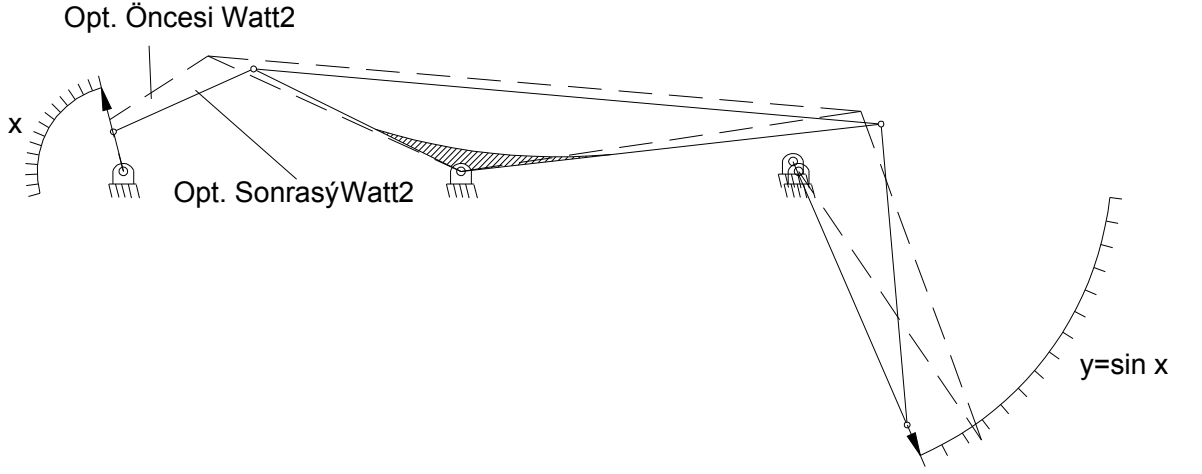
Giriş kolu dönme miktarı ($\psi\Delta$) = 80°; Çıkış kolu dönme miktarı ($\gamma\Delta$) = 80°;

$x_1=10.376631$; $x_2=2.674540$; $x_3=8.427337$; $x_4=-2.819202$; $x_5=1.213007$; $x_6=1.000000$; $x_7=-3.3709443$; $x_8=1.003199$; $x_9=0.000555$; $\eta=-29.0119^0$; $\psi_0 =16.2126^0$; $\gamma_0 =4.0101^0$; Üretilen fonksiyondaki en büyük yapısal hata = %0.0091;

Hataların kareleri toplamı (Σe^2) = 7.958 10^{-10} ;

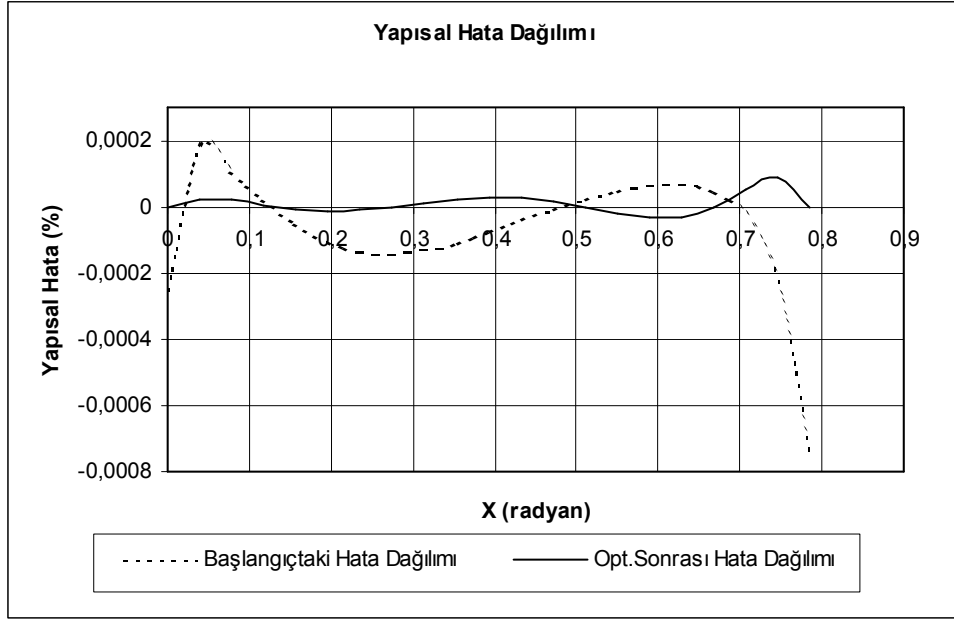
Elde edilen başlangıç ve optimizasyon sonucu elde edilen Watt2 mekanizmasının yapısal hata

analiz sonuçları Şekil-4 de, mekanizmanın kinematik diyagramı ise Şekil-5 de ise gösterilmiştir. Burada , en büyük yapısal hatanın %0.0757 den %0.0091e, hataların kareleri toplamının da $8.747 \cdot 10^{-8}$ den $7.958 \cdot 10^{-10}$ a azaldığı görülür. Ayrıca, mekanizmanın tüm çalışma aralığındaki yapısal hata dağılımının başlangıca göre çok daha düzgün dağıldığı ve dağılımın tepe noktalarının önemli ölçüde azaldığı şekil-4 den görülebilir.

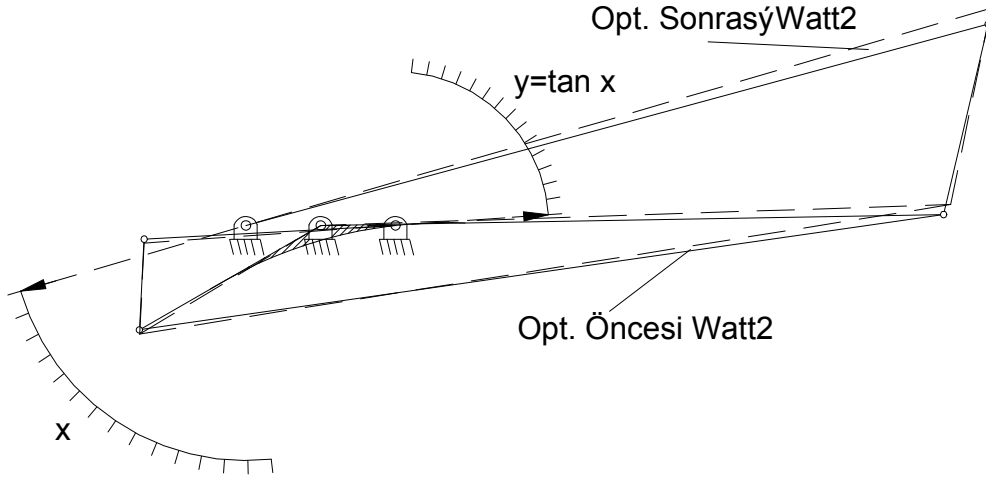


Şekil-3. $y = \sin x$, $0^0 \leq x \leq 90^0$ Fonksiyonunu Üreten 6 uzumlu Watt2 Mekanizmasının

Kinematik Diyagramı



Şekil-4. $y = \tan x$, $0^0 \leq x \leq 45^0$ Fonksiyonunu Üreten 6 Uzunlu Watt2 Mekanizmasına Ait Yapısal Hata Dağılımı



Şekil-5. $y = \tan x$, $0^0 \leq x \leq 45^0$ Fonksiyonunu Üreten 6 Uzunlu Watt2 Mekanizmasının Kinematik Diyagramı

SONUÇ

İstenilen bir fonksiyonu çeşitli uzuv sayılarına ve farklı kinematik yapıya sahip mekanizmalar yardımı ile üretilebilir. Uzuv sayısı yani bilinmeyen kinematik para metre sayısı az olan (örneğin dört-çubuk, krank-biyel vs. gibi) mekanizmaların fonksiyon sentezi kapsamında tasarımı daha kolaydır. Ancak, az uzuvlu mekanizmalar ile istenilen yapısal hata düzeyine ulaşılmaması halinde daha fazla uzva sahip mekanizmaların kullanılması kaçınılmazdır. Bu çalışmada 6-uzuvlu Watt2 mekanizması ile elde edilen yapısal hata düzeyi diğer az uzuvlu mekanizmalara göre çok daha düşüktür. Verilen sayısal örneklerde de görüldüğü gibi, uygun fonksiyonlara göre tasarımı gerçekleştirilmiş iki tane farklı dört-çubuk mekanizmasının seri bağlanması ile oluşturulan başlangıç Watt2 mekanizması, bir optimizasyon sürecinden geçirilerek yapısal hata bakımından önemli ölçüde iyileştirilmiştir. Geliştirilen bilgisayar programları kullanılarak, tasarımda kullanılan mekanizmaların giriş ve çıkış kolunun çalışma aralıkları, bileşik fonksiyon şartıyla üretilecek olan fonksiyonu elde edebilmek amacıyla seçilen iki farklı fonksiyon gibi serbest parametrelerin değiştirilmesi yoluyla daha iyi yapısal hata düzeylerine ulaşılabilir. Bu mümkün olmaz ise uzuv sayısı (8) ifadesi yardımı ile artırılarak , bu çalışmada yer alan optimizasyon süreci bu mekanizmalara da uygulanabilir.

Bu çalışmada kullanılan 11 parametrelili ve kısıtlamasız optimizasyon tekniği Newton Raphson esaslıdır. Bilindiği gibi Newton yöntemi her iterasyonda hem birinci ve ikinci türevin hem de matrisin inversinin hesaplanmasını gerektirir. Bu nedenle yöntem, pratikte çok sayıda değişkene bağlı fonksiyonlar için doğrudan kullanımı mümkün olmamaktadır. Dahası, eğer ilk tahmin optimuma yakın değilse, Newton yöntemi yakınsamayabilir [21]. Bu çalışmadaki gibi 11 boyutlu bir optimizasyon sürecinde başlangıç değerleri optimuma yakın olsa bile Newton yöntemi yakınsamayabilir. Bu amaçla bu çalışmada yakınsamanın garanti altına alınması ve mekanizmalarda ortaya çıkan dallanma probleminin giderilmesi amacıyla Newton yöntemine ilave olarak bir (w) gevşetme faktörü kullanılmıştır. Bu faktör her iterasyon sonrası hesaplanan toplam hatanın bir önceki toplam hatadan daima küçük kalmasını sağlamaktadır. Bu yolla seçilen başlangıç değeri civarında bir yerel minimuma, bir kaç dakika gibi kısa bir sürede (Pentium 166 işlemcili PC'lerde), her zaman ulaşılmıştır. (w) gevşetme faktörünün kullanılmaması durumunda yapılan çok sayıda sayısal denemelerde ise başarı hiçbir zaman sağlanamamıştır. Başlangıç değerlerini rast gele seçilmesi durumunda ise sayısal hesap belirsizlikleri (örneğin kareköklü ifadelerin içerisinde negatif olması) gibi yeni sorunların ortaya çıkmasının yanı sıra, aynı boyutlarla 4 farklı Watt2 mekanizma montaj biçiminden hangisinin kullanılacağı da belirsiz olmaktadır. Ayrıca, (7) nolu ifadenin doğrudan kullanılması yolu ile E hatası minimize edilmesi yoluna da gidilebilir. Ancak bu tür minimize işlemleri çok sayıda değişkene sahip fonksiyonlar için hesap ekonomisi açısından elverişsiz olmasının yanı sıra incelenen fonksiyonun davranışını dikkate almadığından, verimli değildir [21]. Bu çalışmada yer alan birinci ve ikinci türevlerin analitik olarak hesaplanmasının zahmetli olması ve gerekli integrasyon işlemlerinin analitik olarak hesaplanmasının da olanaksız olması nedeniyle bu tür işlemler, doğruluğu keyfi olarak seçilebilen küçük bir artırım değerine bağlı olan, sayısal teknikler yardımı ile hesaplanmıştır. Pek çok ticari yazılım paketlerinde de, analitik türev ve integral işlemleri yerine bu tür sayısal hesap teknikleri tercih edilmektedir [21].

Bunların dışında, ölçme işlemleri (hız, ağırlık, ivme, basınç, debi, vs.), kontrol olayları (kendi kendini dengeleyen sistemler, otomobil tekerleklerine yön verme vs.) bu çalışmadaki 6 uzuvlu Watt2 mekanizmasının kullanımı sonucu tasarlanarak imal edilebilir. Burada tasarımcının yapması

gereken, ölçülecek veya kontrol edilecek büyüklük ile mekanizmanın ilgili açısız büyüklükleri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi belirlemesidir.

KAYNAKÇA

1. Akçalı, İ.D., Yörünge ve Fonksiyon Sentezinde Altbölge ve Galerkin Yöntemleri. Doçentlik Tezi., 1982, (108)s
2. Söylemez, E., Mechanisms., Ankara Üniversitesi Basımevi., ANKARA , 1985, (402) s.
3. Akçalı, İ.D., Altbölge Yöntemiyle 4-çubuk Mekanizmaların Fonksiyon Üretme Olanakları., TUBİTAK II. Ulusal Makine Teorisi Sempozyumu., G. ANTEP., ODTÜ., 1986, s.14-26
4. Shigley, J.E., Uicker, J.J., Theory Of Machines And Mechanisms, McGraw-Hill, Inc, U.S.A., 1980, (577) p.
5. Erdman, A.G., Midha, A., Man-Made Mechanism Models Multiply Mental Motivation, Proceedings 3rd Applied Mechanism Conference., 1973, p.3.1-3.21
6. Artobolevskii., Mechanisms in Modern Engineering Design., Vols.I,II. Mir Publishers., 1975, MOSCOW.
7. Akçalı, İ.D., 1979., Mekanizma Sentezi Ders Notları., 1979, (113)s
8. Akçalı, İ.D., Design of Slider-Crank Mechanism for Function Generation., The Theory of Machines and Mechanisms, Proceedings of the 7th World congress., Pergamon Press., Vol:1., SEVILLA, SPAIN., 1987, p.119-124.
9. Hartenberg., R.S., Denavit., J., Kinematic Synthesis of Linkages., McGraw-Hill, Inc., U.S.A., 1964, (435 p.)
10. Akçalı, İ.D., Lindholm., I.C., A Novel Method For The 4-bar Function Generation., V. World Congren On Theory Of Machines and Mechanisms., 1979, MONTREAL.
11. Akçalı, İ.D., Dittrich., G., Function Generation by Galerkin Method., Mech. Mach. Theory., Vol.24, No.1, 1989, p.39-43
12. Akçalı, İ.D., Subdomain-Least Squares Method of Six-Bar for Mechanizing Functions., Ph.D. Dissertation., 1977, KSU. MANHATTAN.
13. Akçalı, İ.D., Mekanizma Tekniğinde Yörünge ve Fonksiyon Sentezine Çeşitli Yaklaşımların Gözden Geçirilmesi., DOĞA 8 Sayı:1., 1984, s 1-12.
14. Mutlu, H., Fonksiyon Sentezine Modüler Yaklaşım., Master Tezi., Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, 1990, (108).122s.
15. Bakthavachalam, N. Kimbrell, Optimum Synthesis of Path Generating Four-Bar Mechanisms. Trans. ASME, J. Engg. for Ind., 97 (1) (1975) 314-321.
16. Kramer S.N., Sandor, G.N., Selective Precision Synthesis a General Method of Optimization for Planar Mechanisms., Trans. ASME, J. Engg. For Ind., 97 (2) (1975) 689-701.
17. Siddall, J.N., Analytical Decision-Making in Engineering Design., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.j., (1972).
18. Watnabe, K., Application of Natural Equations to the Synthesis of Curve Generating Mechanisms., Mech.Mach.Theory., 27 (3) (1992) 261-273.
19. A.K. Dhingra, A.N. Almadi, D.Kohli, Closed-Form Displacement Analysis of 8,9 and 10-Link Mechanisms:Part-I: 8-Link 1-DOF Mechanisms, Mechanisms and Machine Theory 35 (1), 2000, 851-869.

20. **A. Vasiliu, B. Yannou**, Dimensional Synthesis of Planar Mechanisms Using Neural Networks: Application to Path Generator Linkages.,
Mechanisms and Machine Theory 36 , 2001, 299-310.
21. **S.C. Chapra, R.P.Canale**, Numerical Methods for Engineers with Programing and Software Applications, McDraw-Hill, New York, 1998, 924 s.