

# ASİMETRİK EVOLVENT DÜZ DİŞLİ ÇARKLARIN MATEMATİK MODELLENMESİ VE ALTAN KESME ANALİZİ

M. Cüneyt FETVACI\*

Y.Doç. Dr., İÜ Mühendislik Fakültesi Avcılar 34320 İstanbul

C.Erdem İMRAK

Prof. Dr., İTÜ Makina Fakültesi Gümüşsuyu 34439 İstanbul

## ÖZET

Bu çalışmada asimetrik evolvent profilli düz dişli çarkların bilgisayar simülasyonu için matematik modellenmesi ele alınmaktadır. Kesici takımın denklemleri, koordinat dönüşüm, diferansiyel geometri ve yuvarlanma prensipleri uygulanarak asimetrik evolvent düz dişli çarkın matematik modeli verilmiştir. Verilen matematik modele göre düz dişli çarkın alttan kesme durumu incelenmiştir. Matematiksel ifadeler programlanarak evolvent düz dişlilerin bilgisayar simülasyonu gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar grafikler ile takdim edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Asimetrik evolvent diş, dişli çark, alttan kesme analizi

## Mathematical Model and Undercutting Analysis of Spur Gears With Asymmetric Involute Teeth

### ABSTRACT

This paper studies the mathematical model of asymmetric involute spur gears for computerized tooth profile generation. By applying the equations of designed profile of rack cutter, the principle of coordinate transformation, the theory of differential geometry, and the theory of gearing, the mathematical model of involute spur gear with asymmetric teeth is given. Based on the given mathematical model the undercutting analysis of the gear is also studied. Computer graphs of asymmetric involute spur gears are presented based on the given model, and also generation simulation is illustrated.

**Keywords:** Asymmetric involute teeth, spur gear, undercutting analysis

## GİRİŞ

**D**işli çark imalatçıları ve tasarımcıları daha kompakt ve yüksek yük taşıma kapasiteli dişli çiftlerini geliştirmek için çalışmalarına devam etmektedir. İmalatta kesici takıma verilen pozitif kaydırma veya yüksek kavrama açılı takım kullanma kök kalınlığını artırarak diş mukavemetini yükseltmektedir. Sivri tepe tehlikesi nedeniyle simetrik dişli çarklarda kavrama açısını arttırmak veya profil kaydırma miktarını arttırmak sınırlıdır. Performansı arttırmanın bir diğer yöntemi ise dişin tahrik ve arka tarafta farklı açı ile dizayn edildiği asimetrik dişli kullanmaktır. Birçok uygulamada moment tek bir yönde iletildiğinden tahrik yüzeyi ile pasif yüzeyin aynı açı ile dizayn edilmesine gerek yoktur. Tahrik

tarafında  $20^\circ$ , pasif yüzeyde daha yüksek kavrama açısı kullanmak diş kökündeki eğilme gerilmelerini düşürmektedir. Pasif yüzeyde  $20^\circ$ , tahrik tarafındaki kavrama açısını arttırmak ise temas yüzey mukavemetini iyileştirmekte, yaylanma rijitliği ve yük paylaşımını ayarlayarak gürültü ve titreşimi azaltmaktadır. Özetle mekanizma ağırlık ve boyut bakımından optimize edilmekte, yük taşıma kabiliyeti iyileştirilmektedir. Havacılıkta turbo motorlu uçakların iki-kademeli planet dişli kutularında, otomotiv sanayinde taşıtların vites kutularında asimetrik profilli dişliler kullanılmaktadır [1-2].

Kremayer tipi takım (kremayer veya azdırma kesici) ve pinyon şeklinde kesici yuvarlanma metodu ile dişli imalatında kullanılmaktadır. Dişli çarkların bilgisayar simülasyonu için

\* İletişim yazarı

Geliş/Received : 23.05.2008

Kabul/Accepted : 18.07.2008

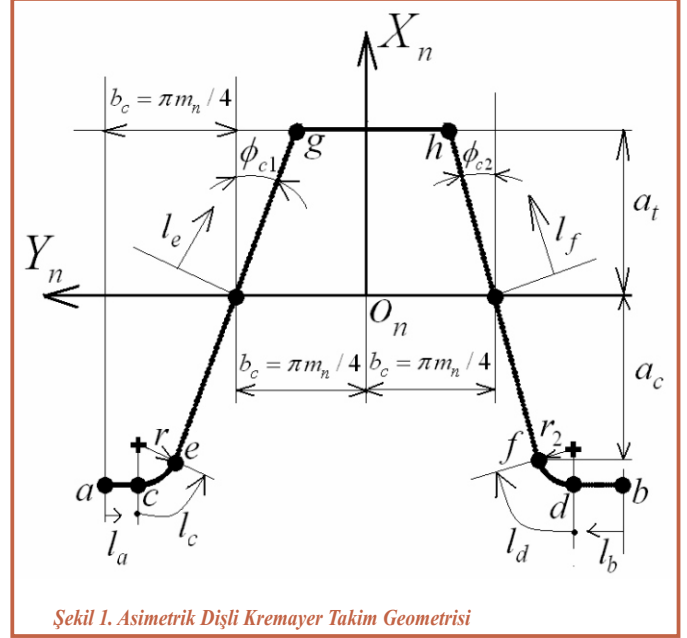
literatürde çeşitli yaklaşımlar ile sunulan ifadeler mevcuttur [3-11]. Litvin vektör analiz, matris transformasyon, diferansiyel geometri ve yuvarlanma denklemlerini kullanarak diş profillerini ve geometrik özelliklerini tanımlayan metotlar geliştirmiştir [9-10]. Litvin'in çalışmalarından hareketle standart ve modifiye edilmiş çeşitli profiller için gerek kremayer tipi takım ve gerekse pinyon kesici takımla imal edilen diş yüzeylerini matematik modelleyen çalışmalar literatürde sunulmaktadır [11-17]. Yang, Litvin'in vektör yaklaşımından hareketle asimetrik evolvent profilli alın dişli çarkların matematik modelini sunmuştur [16]. Ayrıca kremayer kesicinin simüle edilmiş hareketini görselleştirerek imal edilen düz dişli üzerindeki etkilerini inceleyen çalışmalar da literatürde mevcuttur. [16,18-19]

Bu çalışmada asimetrik dişli evolvent düz çarkların kremayer-tip takımla imalatının matematik modellenmesi ve alttan kesme analizi ele alınmıştır. Yang'ın [17] sunduğu ifadeler sadeleştirilerek kullanılmıştır. Asimetrinin standart takıma adapte edilmesi dışında herhangi bir kök veya profil modifikasyonu (bombeli diş gibi) dikkate alınmamıştır. Takım taksimat hattının taslak taksimat dairesine göre kaydırılması yuvarlanma denkleminde ilave edilmiştir. İmal edilen dişlide bazı durumlarda meydana gelen alttan kesme incelenmiştir. Kesici takım ile taslak arasındaki izafi hız ve eş çalışma denkleminin diferansiyeli gözönüne alınarak alttan kesme şartı ve alttan kesmeyi önlemek için gerekli profil kaydırmanın tayini verilmiştir. Bir bilgisayar programı geliştirilerek çeşitli dizayn parametrelerinin ve takım yerleştirmesinin imal edilen dişli geometrisi üzerindeki etkileri incelenmiştir.

### KESİCİ TAKIM MATEMATİK MODELİ

Kesici takımın vektörel ifadesi, dişli çarkın matematik modellenmesinde ilk adımdır. Şekil 1'de asimetrik dişli çark imalatında kullanılan kremayer-tipi takımın normal kesiti gösterilmektedir. Asimetrik düz dişli çarkın modellenmesi 2-Boyutlu bir problem olarak ele alınabilir. Takım sağ ve sol yanlarda referans eksenine göre farklı açılı düz uç, yuvarlatılmış köşe ve aktif kenardan oluşmaktadır. Düz uçlar asimetrik çarkın tabanını, yuvarlatılmış köşeler çarkın diş kökünü ve aktif kenarlarda evolvent yüzeyleri oluşturmaktadır. Referans kremayera ait özellikler ISO53 standardından adapte edilmiştir. [20]

Şekil 1'de gösterildiği üzere, kesici takımın  $\overline{ac}$  ve  $\overline{bd}$  bölgeleri asimetrik dişli çarkın tabanını oluşturmaktadır.  $\overline{ac}$  bölgesindeki bir noktanın  $X_n$  eksenine göre yerini  $l_a$  parametresi  $0 \leq l_a \leq b_c - a_c \tan \phi_{c1} - r \cos \phi_{c1}$  aralığında tayin etmektedir. Benzer şekilde  $l_b$  parametresi  $\overline{bd}$  bölgesinde bir noktanın  $X_n$  eksenine göre yerini  $0 \leq l_b \leq b_c - a_c \tan \phi_{c2} - r_2 \cos \phi_{c2}$



Şekil 1. Asimetrik Dişli Kremayer Takım Geometrisi

aralığında tayin etmektedir.  $c_y=0,1,2...$  seçilerek takım istenilen sayıda diş ile tanımlanabilir.  $\phi_{c1}$  ve  $\phi_{c2}$ , sol ve sağ kenarların kavrama açılarıdır.  $A_c$  kesici takım dişbaşı yüksekliğini tayin eden parametre ve  $b_c=\pi m_n / 4$  takım diş kalınlığının yarısıdır. Modül  $m_n$  sembolüyle ve takım ucunun yuvarlatma yarıçapları  $r$  ve  $r_2$  sembolleriyle gösterilmektedir.  $S_n (X_n, Y_n)$  koordinat sisteminde  $\overline{ac}$  ve  $\overline{bd}$  bölgelerinin denklemleri aşağıdaki ifadeler ile tayin edilir.

$$R_n^{ac} = \begin{Bmatrix} x_n^{ac} \\ y_n^{ac} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -a_c + r \sin \phi_{c1} - r \\ \frac{\pi m_n}{2} - l_a + c_y \pi m_n \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$R_n^{bd} = \begin{Bmatrix} x_n^{bd} \\ y_n^{bd} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -a_c + r_2 \sin \phi_{c2} - r_2 \\ -\frac{\pi m_n}{2} + l_b + c_y \pi m_n \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Şekil 1'de gösterildiği üzere, kesici takımın  $\overline{ce}$  ve  $\overline{df}$  bölgeleri imal edilen dişli çarkın kök yüzeylerini oluşturmaktadır.  $\overline{ce}$  bölgesindeki bir noktanın yerini  $l_c$  parametresi  $0 \leq l_c \leq 90^\circ - \phi_{c1}$  aralığında tayin etmektedir. Benzer şekilde  $l_d$  parametresi  $\overline{df}$  bölgesinde bir noktanın yerini  $0 \leq l_d \leq 90^\circ - \phi_{c2}$  aralığında tayin etmektedir.  $\overline{ce}$  ve  $\overline{df}$  bölgelerinin yer vektörleri  $S_n$  koordinat sisteminde aşağıdaki ifadeler ile tayin edilir.

$$R_n^{ce} = \begin{Bmatrix} x_n^{ce} \\ y_n^{ce} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -a_c + r \sin \phi_{c1} - r \cos l_c \\ b_c + a_c \tan \phi_{c1} + r \cos \phi_{c1} - r \sin l_c + c_y \pi m_n \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$R_n^{df} = \begin{Bmatrix} x_n^{df} \\ y_n^{df} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -a_c + r_2 \sin \phi_{c2} - r_2 \cos l_d \\ -b_c - a_c \tan \phi_{c2} - r_2 \cos \phi_{c2} + r_2 \sin l_d + c_y \pi m_n \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Kesici takımın  $\overline{eg}$  ve  $\overline{fh}$  bölgeleri asimetrik sol ve sağ evolvent yüzeylerini sırasıyla oluşturmaktadır. Şekil 1'de görüldüğü

üzere,  $l_e$  parametresi  $\bar{eg}$  bölgesindeki bir noktanın yerini  $-a_c / \cos \phi_{c_1} \leq l_e \leq a_t / \cos \phi_{c_1}$  aralığında tayin etmektedir. Benzer şekilde  $l_f$  parametresi  $\bar{fh}$  bölgesinde bir noktanın yerini  $-a_c / \cos \phi_{c_2} \leq l_f \leq a_t / \cos \phi_{c_2}$  aralığında tayin etmektedir.  $\bar{eg}$  ve  $\bar{fh}$  bölgelerinin yer vektörleri  $S_n$  koordinat sisteminde aşağıdaki ifadeler ile tayin edilir.

$$R_n^{eg} = \begin{Bmatrix} x_n^{eg} \\ y_n^{eg} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} l_e \cos \phi_{c_1} \\ b_c - l_e \sin \phi_{c_1} + c_y \pi m_n \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$R_n^{fh} = \begin{Bmatrix} x_n^{fh} \\ y_n^{fh} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} l_f \cos \phi_{c_2} \\ -b_c + l_f \sin \phi_{c_2} + c_y \pi m_n \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Diferansiyel geometriden, verilen koordinat sisteminde tanımlı takım yüzeylerinin birim normal vektörleri aşağıdaki denklemle ifade edilir.

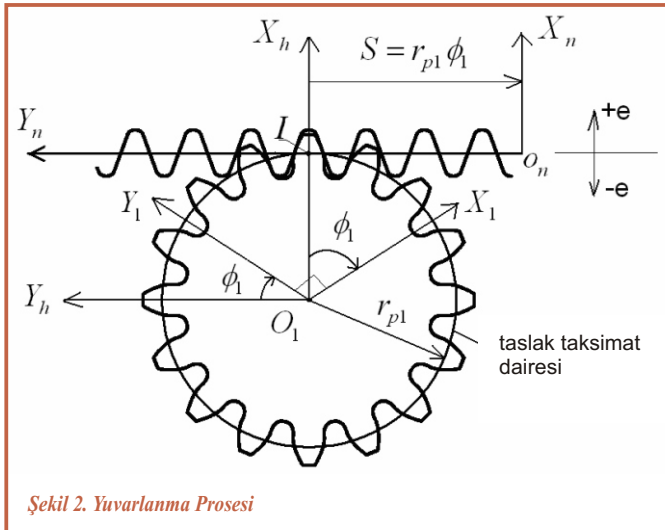
$$\mathbf{n}_n^i = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}_n^i}{\partial l_j} \times \mathbf{k}_n}{\left| \frac{\partial \mathbf{R}_n^i}{\partial l_j} \times \mathbf{k}_n \right|} \quad (i = ac \sim fh) \quad (7)$$

$$\quad (j = a \sim f)$$

Z ekseninin birim normal vektörü  $\mathbf{k}_n$  ile gösterilmektedir.

## DIŞLI ÇARK MATEMATİK MODELİ

İmal edilen dişli çarkın matematik modeli ise yuvarlanma (eş çalışma) denklemi ile kesici takımın geometrik yerinin bir kombinasyonudur. Kesici takım ile dişli taslağı arasındaki koordinat bağı Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2. Yuvarlanma Prosesi

$S_n (X_n, Y_n)$  kremayer takımın koordinat sistemi,  $S_t (X_t, Y_t)$  dişlinin koordinat sistemi ve  $S_h (X_h, Y_h)$  sabit olan referans koordinat sistemidir. Koordinat sistemleri sağ el kuralına

uymaktadır. Yuvarlanma prosesinde takım  $S=r_{p1} \phi_1$  kadar öteleme hareketi yaparken dişli taslağı  $\phi_1$  açısı kadar dönmektedir.

Takım yüzeyinin geometrik yeri taslağın koordinat sisteminde (8) numaralı denklemde verilen dönüşüm matrisi uygulanarak ifade edilir. Bu dönüşüm matrisinde terimi takımın taksimat doğrusunun taslağın taksimat dairesine göre ötelenmesini, diğer bir ifadeyle profil kaydırma miktarını, ifade eder.

$$[M_{1n}] = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & r_{p1} \phi_1 \sin \phi_1 + (r_{p1} + e) \cos \phi_1 \\ \sin \phi & \cos \phi & -r_{p1} \phi_1 \cos \phi_1 + (r_{p1} + e) \sin \phi_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Böylelikle takım yüzeyinin geometrik yeri taslağın  $S_t (X_t, Y_t, Z_t)$  koordinat sisteminde aşağıdaki denklemle ifade edilir.

$$\mathbf{R}_1^i = [M_{1n}] \mathbf{R}_n^i, \quad (i = ac \sim fh) \quad (9)$$

Dişli Ana Kanunu gereğince eş çalışan yüzeylerin temas noktasındaki ortak normali ani dönme merkezinden (yuvarlanma noktası  $-I$ ) geçmelidir. Buna göre eş çalışma denklemi (10) numaralı denklemde verilmiştir.

$$\frac{X_n^i - x_n^i}{n_{xn}^i} = \frac{Y_n^i - y_n^i}{n_{yn}^i} \quad (10)$$

İmal edilen dişli çarkın matematik modeli (9) ve (10) numaralı denklemlerin eşzamanlı çözülmesi ile elde edilir. Örnek olarak, kesici takımın  $\bar{eg}$  bölgesinin oluşturduğu dişli çark yüzeyinin denklemi (5), (7), (9) ve (10) numaralı denklemlere göre aşağıda verilmiştir.

$$\begin{cases} x_1^{eg} = l_e \cos \phi_{c_1} \cos \phi_1 - (b_c - l_e \sin \phi_{c_1}) \sin \phi_1 + \\ r_{p1} \phi_1 \sin \phi_1 + (r_{p1} + e) \cos \phi_1 \\ y_1^{eg} = l_e \cos \phi_{c_1} \sin \phi_1 + (b_c - l_e \sin \phi_{c_1}) \cos \phi_1 - \\ r_{p1} \phi_1 \cos \phi_1 + (r_{p1} + e) \sin \phi_1 \\ \phi_1 = (b_c \sin \phi_{c_1} - l_e) / (r_{p1} \sin \phi_{c_1}) \end{cases} \quad (11)$$

Kesici takımın  $\bar{fh}$  bölgesinin oluşturduğu dişli çark yüzeyinin denklemi (6), (7), (9) ve (10) numaralı denklemlere göre aşağıda verilmiştir.

$$\begin{cases} x_1^{fh} = l_f \cos \phi_{c_2} \cos \phi_1 + (b_c - l_f \sin \phi_{c_2}) \sin \phi_1 + \\ r_{p1} \phi_1 \sin \phi_1 + (r_{p1} + e) \cos \phi_1 \\ y_1^{fh} = l_f \cos \phi_{c_2} \sin \phi_1 - (b_c - l_f \sin \phi_{c_2}) \cos \phi_1 - \\ r_{p1} \phi_1 \cos \phi_1 + (r_{p1} + e) \sin \phi_1 \\ \phi_1 = (-b_c \sin \phi_{c_1} + l_f) / (r_{p1} \sin \phi_{c_2}) \end{cases} \quad (12)$$

Neticede, takımın vektörel gösteriminden hareketle, koordinat dönüşüm, diferansiyel geometri ve yuvarlanma prensiplerini uygulayarak çark geometrisi elde edilmektedir. Bu matematik model uygun yazılımlarla programlanarak takımın ve dişli çarkın CAD modeli elde edilebilir.

### ALTAN KESME ANALİZİ

Altan kesme imal edilen diş yüzeylerinde, küçük diş sayılarında, küçük kavrama açılarında ve negatif kaydırılmış profillerde meydana gelir. Kremayer kesicinin aktif yüzeyi tarafından oluşturulan düz dişli çark evolvent yüzeyinde tekil noktanın hangi koşullar altında meydana gelebileceği incelenmelidir. Bu çalışmada altan kesmenin incelenmesi için Litvin [7] tarafından teklif edilmiş metod kullanılmıştır.  $S_n$  koordinat sisteminde, imal edilen dişli çark ile kremayer kesici arasındaki izafi hız (13) numaralı denklemde verilmiştir.

$$V_n^{n1} = \omega_1 \begin{bmatrix} r_{p1} \phi_1 - y_n \\ x_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Bu denklemde  $\omega_1$  imal edilen dişlinin açısal hızıdır ve  $d\phi_1/dt$  ifadesiyle elde edilir.

Eş çalışma denklemi (7) ve (10) numaralı denklemler kullanılarak aşağıdaki formda da ifade edilebilir.

$$f(l_e, \phi_1) = l_e - b_c \sin \phi_{c1} + r_{p1} \phi_1 \sin \phi_{c1} = 0 \quad (14)$$

İmal edilen diş yüzeyinde tekilliği tayin etmek için (15-16) numaralı denklemler sağlanmalıdır.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_n}{\partial l_e} & V_{xn}^{n1} \\ \frac{\partial f}{\partial l_e} & \frac{\partial f}{\partial \phi_1} \frac{d\phi_1}{dt} \end{vmatrix} = 0 \quad (15)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \frac{\partial y_n}{\partial l_e} & V_{yn}^{n1} \\ \frac{\partial f}{\partial l_e} & \frac{\partial f}{\partial \phi_1} \frac{d\phi_1}{dt} \end{vmatrix} = 0 \quad (16)$$

Buna göre imal edilen dişli yüzeyinde tekillik için yeterli şart aşağıda ifade edilmiştir.

$$G(l_e, \phi_1) = \Delta_1^2 + \Delta_2^2 = 0 \quad (17)$$

Sonuç olarak imal edilen dişli çarkta tekillik durumu (18) numaralı denklem uygulanarak tayin edilir.

$$l_e = \frac{1}{\cos \phi_{c1}} \left( \frac{-r_{p1} \sin^2 \phi_{c1}}{\sin^2 \phi_{c1} + \cos^2 \phi_{c1}} \right) \quad (18)$$

Kremayer kesicinin imal edilen dişliyi alttan kesmemesi verilmesi gereken profil kaydırma miktarı aşağıdaki denklemle hesaplanır.

$$e \geq \left( \frac{-r_{p1} \sin^2 \phi_{c1}}{\sin^2 \phi_{c1} + \cos^2 \phi_{c1}} + a_c \right) \quad (19)$$

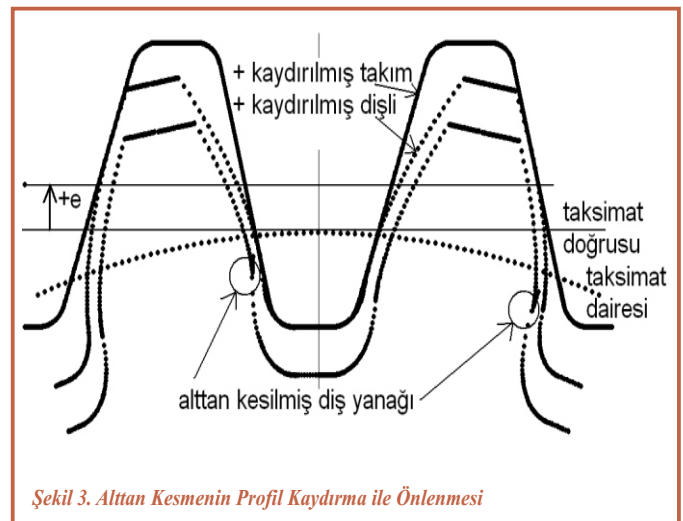
Asimetrik dişli çarkta alttan kesme analizi düşük kavrama açılı evolvent yanak için yapılır. Altan kesmeyi önlemek için gerekli kaydırma miktarı hesaplanarak takıma uygulanır.

### BİLGİSAYAR UYGULAMALARI

Dişli çark imalatının matematik modellenmesi ve bilgisayar simülasyonu çeşitli dizayn parametrelerinin dişli çark geometrisindeki etkilerini imalattan önce inceleme fırsatı sağlar. Önceki bölümlerde verilen matematik modeli ve alttan kesme analizini görselleştirmek için BASIC dili ile bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Program çıktıları GRAPHER grafik işlemci programı ile görselleştirilmiştir.

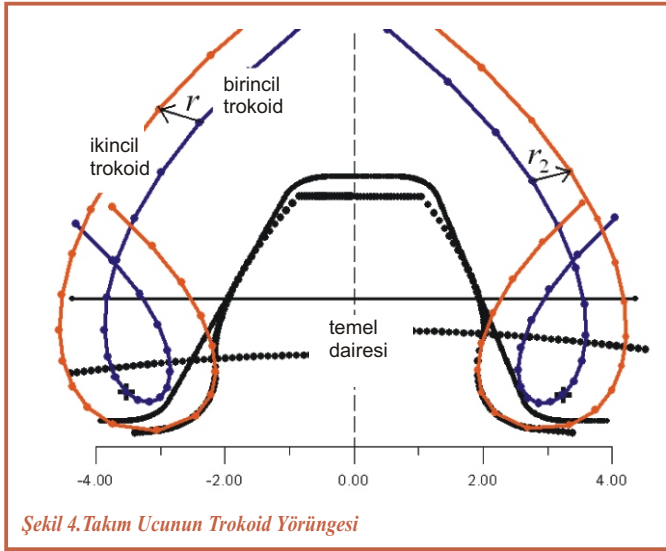
Şekil 3'de alttan kesilmiş dişli ve profil kaydırma ile alttan kesilmenin önlenmesi gösterilmiştir. Uygulama olarak, normal modül  $m_n = 3 \text{ mm}$ , diş sayısı  $N_1 = 18$ , normal kavrama açıları  $\phi_{c1} = 20^\circ$  ve  $\phi_{c2} = 15^\circ$  olarak alınmıştır. Alttan kesme kavrama açısı  $\phi_{c2} = 15^\circ$  olan diş yanağında meydana gelmiştir. Alttan kesilmenin giderilmesi için takıma verilmesi gereken minimum kaydırma miktarı  $e = 0.397 \times m_n$  olarak hesaplanır. Takıma  $e = 0.4 \times m_n$  profil kaydırma verilerek alttan kesilme önlenmiştir.

Kesici takımın yuvarlatılmış ucunun merkezi yuvarlanma

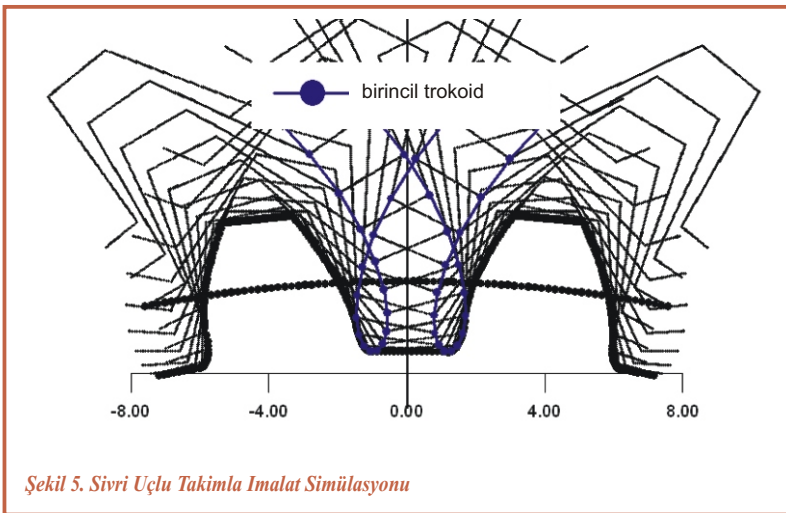


Şekil 3. Altan Kesmenin Profil Kaydırma ile Önlenmesi

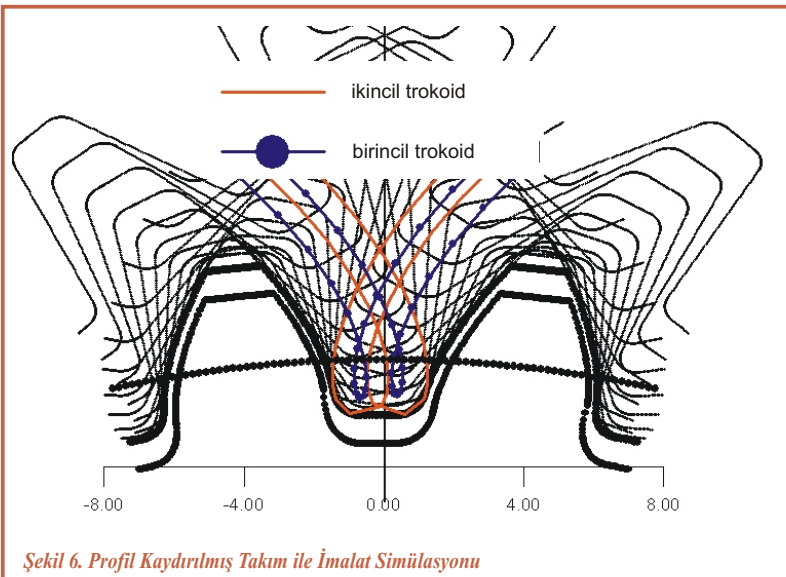
prosesi neticesinde trokoidal bir yörüngeyi takip eder. Bu eğri birincil trokoid olarak adlandırılır. Takımın ucu ise birincil trokoidde eş mesafeli yörüngeyi takip ederek dış



Şekil 4. Takım Ucunun Trokoid Yörüngesi



Şekil 5. Sivri Uçlu Takımla İmalat Simülasyonu



Şekil 6. Profil Kaydırılmış Takım ile İmalat Simülasyonu

kökünü şekillendirir. Bu eğri ikincil trokoid olarak adlandırılır. Eğer takım sivri uçlu ise tek bir trokoid eğrisi söz konusudur [6,17-19]. Şekil 4'de yuvarlatılmış uçlu asimetric takımın trokoidal yörüngeleri gösterilmiştir.

Şekil 5'de sivri uçlu takımın taslağı şekillendirmesi simüle edilmektedir. Şekil 6'da profil kaydırmanın dişli çark geometrisi üzerindeki etkisi gösterilmiştir. Diş açma prosesinde takımın hareket yörüngesi de şekilde verilmiştir.

## SONUÇ

Asimetric dişli çarklar, yüksek performans gerektiren havacılık ve otomotiv dişli transmisyonları gibi uygulamalarda son yıllarda tercih edilmektedir. Yuvarlanma metodu ile simetric dişli imalatında kullanılan MAAG (kremayer bıçak), azdırma ve Fellows (pinyon bıçak) takımlar asimetric dizayn edilebilir. Böylelikle konvansiyonel diş açma tezgahlarında asimetric dişli imal edilebilir. Çalışmada kremayer-tipi takımla (kremayer bıçak veya azdırma) imalat

için asimetric dişli çarkların matematik modellenmesi ele alınmıştır. Dişdibi kesitini zayıflatarak dişli çarkın eğilme mukavemetini düşüren alttan kesmenin analizi verilen matematik modele göre yapılmıştır. Alttan kesmenin önlenmesi için takıma verilmesi gereken kaydırma miktarı hesaplanmıştır. Matematik model programlanarak diş açmanın bilgisayar simülasyonu gerçekleştirilmiştir. Çeşitli takım uç geometrileri için imalatta takımın taslağı şekillendirmesi simüle edilmiştir. Profil kaydırmanın imal edilen dişli geometrisi üzerinde etkileri gösterilmiştir. Böylelikle imalattan önce çeşitli dizayn parametrelerinin etkilerini inceleme fırsatı sağlanmıştır. Çalışmada verilen matematik model uygun dönüşüm matrisi kullanılarak asimetric evolvent profilli helisel dişli çarkların 2 ve 3 boyutlu modellenmesinde ve sonlu eleman analizi için model elde edilmesinde kullanılabilir.

## SEMBOLLER

- $a_c$  kremayer takımın dizayn parametresi
- $a_i$  kremayer takımın dizayn parametresi
- $b_c$  kremayer takımın dizayn parametresi
- $e$  profil kaydırma miktarı
- $l_i$  kremayer takımın kurvilineer koordinatları,  $i=a,b,c,d,e,f$
- $[M_{m,n}] S_n$  koordinat sisteminden  $S_i$  koordinat sistemine dönüşüm matrisi
- $m_n$  normal modül

$n_n$	kremayer takımın birim normal vektörü
$r$	takım ucu yuvarlatma yarıçapı
$r_2$	takım ucu yuvarlatma yarıçapı
$r_{p_i}$	taksimat dairesi yarıçapı
$S$	kremayer takımın ötelenme mesafesi
$S_i$	koordinat sistemleri, ( $i=h,n,l$ ), $h$ sabit, $n$ hareketli takım, 1 hareketli taslak
$V_n^{n1}$	takım ile taslak arasındaki izafi hız
$\phi_{c_1}$	kavrama açısı
$\phi_{c_2}$	kavrama açısı
$\phi_f$	dişli taslağın yuvarlanma açısı

### KAYNAKÇA

1. **Kapelevich, A.**, "Geometry and Design of Involute Spur Gears with Asymmetric Teeth", Mechanism and Machine Theory, Cilt 35, 117-130, 2000.
2. **Francesco, G.D. ve Marini S.**, "Asymmetric Teeth: Bending Stress Calculation", Gear Technology, March/April 2007, s. 52-55, 2007.
3. **Salamoun, C. ve Suchy M.**, "Computation of Helical or Spur Gear Fillets", Mechanism and Machine Theory, Cilt 8, No 3, 305-323, 1973.
4. **Hefeng, B., Savage, M. ve Knorr, R.J.**, "Computer Modeling of Rack-Generated Spur Gears", Mechanism and Machine Theory, Cilt 20, 351-360, 1985.
5. **Arıkan, M.A.S.**, "Determination of Maximum Possible Contact Ratios for Spur Gear Drives with Small Number of Teeth", ASME Design Engineering Technical Conferences, Cilt 82, 569-576, 1995.
6. **Su, X. ve Houser, D.R.**, "Characteristics of Trochoids and Their Application to Determining Gear Teeth Fillet Shapes", Mechanism and Machine Theory, Cilt 35, 291-304, 2000.
7. **Lopez, M.A. ve Wheway, R.T.**, "A Method for Determining the AGMA Tooth Form Factor from Equations for the Generated Tooth Root Fillet", ASME J. Mech. Transm. Autom. Des., Cilt 108, 270-279, 1986.
8. **Math, V.B. ve Chand, S.**, "An Approach to the Determination of Spur Gear Tooth Root Fillet", ASME Journal of Mechanical Design, Cilt 126, No 2, 336-340, 2004.
9. **Litvin, F.L.**, Gear Geometry and Applied Theory, Prentice Hall, New Jersey, A.B.D, 1994
10. **Litvin, F.L. ve Fuentes, A.**, Gear Geometry and Applied Theory, Cambridge University Press, New York, A.B.D. , 2004.
11. **Tsay, C.-B.**, "Helical Gears with Involute Shaped Teeth: Geometry, Computer Simulation, Tooth Contact Analysis, and Stress Analysis", ASME J. Mech. Transm. Autom. Des., Cilt 110, 482-491, 1988.
12. **Chen, C.-F. ve Tsay, C.-B.**, "Tooth Profile Design for the Manufacture of Helical Gear Sets with Small Numbers of Teeth", Int. J. of Machine Tools and Manufacture, Cilt 45, No 12-13, 1531-1541, 2005.
13. **Litvin, F.L., Lu, J., Townsend, D.P. ve Howkins, M.**, "Computerized Simulation of Meshing of Conventional Helical Involute Gears and Modification of Geometry", Mechanism and Machine Theory, Cilt 34, 123-147, 1999.
14. **Liu, C.-C. ve Tsay, C.-B.**, "Tooth Undercutting of Beveloid Gears", ASME Journal of Mechanical Design, Cilt 123, 569-576, 2001.
15. **Bair, B.-W., Chen, C.-F., Chen, S.-F. ve Chou, C.-Y.**, "Mathematical Model and Characteristic Analysis of Elliptical Gears Manufactured by Circular-Arc Shaper Cutters", ASME Journal of Mechanical Design, Cilt 129, No 2, 210-217, 2007.
16. **Yang, S.-C.**, "Mathematical Model of a Helical Gear with Asymmetric Involute Teeth and Its Analysis", Int. J. Adv. Manuf. Technol., Cilt 26, No 5-6, 448-456, 2005.
17. **Fetvacı, C. ve İmrak, C.**, "Mathematical Model of a Spur Gear with Asymmetric Involute Teeth and Its Cutting Simulation", Mechanics Based Design of Structures and Machines, Cilt 36, No 1, 34- 46, 2008.
18. **Fetvacı, C. ve İmrak, C.E.**, "Evolvent Düz Dişli Çarklarda Diş Kökü Eğrilerinin İncelenmesi", Mühendis ve Makina, Cilt 48, No 570, 18-22, 2007.
19. **Fetvacı, C. ve İmrak, C.E.**, "Kremayer Takım ile Evolvent Düz Dişli Çarkların İmalat Simulasyonu", Mühendis ve Makina, Cilt 48, No 572, 9-15, 2007.
20. ISO53 Cylindrical Gears for General and Heavy Engineering-Basic Rack, International Organization for Standardization, Switzerland, 1974.