

BİR ÇEYREK TAŞIT MODELİ İÇİN H_{∞} KONTROLÇÜ TASARIMI

Cem ONAT *

Selim SİVRİOĞLU **

İsmail YÜKSEK *

Uygulamada taşıt gövdesinin kütlesi (yaylanmalı kütleleri), bagaj yükü ve taşıta binen kişi sayısı ile birlikte değişir. Buna ilave olarak, sönüm kuvveti katsayısının tam olarak ölçülmesi kolay değildir ve işletme sıcaklığının değişmesiyle birlikte sönüm kuvveti katsayısı da değişmektedir. Bu durum kontrol performansını olumsuz yönde etkilemektedir. Bunun için tasarlanan kontrolçünün robust olması istenir. Bu çalışmada önce çeyrek taşıt modeli için LQR ve H_{∞} kontrol ayrı ayrı tasarlandı. Ardından benzetim yapılarak frekans ve zaman düzlemlerinde kontrolçülerin performansı irdelendi. Son olarak taşıt gövdesinin ağırlığı +%40, sönüm katsayısının değeri ise -%40 değiştirilerek aynı kontrolçüler için benzetimler tekrar yapıldı. Çalışmanın sonunda, sistemde parametre değişimleri olsa dahi H_{∞} kontrolçünün çok iyi sonuçlar verdiği görülmüştür.

Anahtar sözcükler : H_{∞} kontrol, LQR kontrol, robust, taşıt, titreşim

In practice, the vehicle body mass (sprung mass) changes depending on the loading conditions such as the number of riding persons and payload. Also, the time constant of damping force is not easy to measure precisely and it can be slightly altered by certain conditions such as operating temperature. This influences control performance adversely. Therefore controller is to be robust. In this study, firstly, LQR and H_{∞} controller, are designed for quarter car model. Then, the model is simulated and, controllers' performance are examined at frequency and time domain. Finally, vehicle body mass is changed +%40 and, damping constant is changed -%40 and, then the model is simulated again with the same controllers. At the end of the study, it is seen that H_{∞} controller gave very good results in spite of the changes of parameter of the system.

Keywords : H_{∞} control, LQR control, robust, vehicle, vibration

* Yıldız Teknik Üniversitesi, Makina Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü

** Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Enerji Sistemleri Bölümü

GİRİŞ

Y oldan gelen zorlayıcı kuvvetler taşıtlarda gürültü ve konfor problemlerine yol açtığından taşıt titreşimlerinin etüt edilmesi ve kontrolü çok önemli ve güncel bir konudur. Bir taşıt kompleks çok kütleli bir dinamik sistem olarak modellenebilir. Model kompleksliliğinin derecesi tamamen modellenmenin amacına bağlıdır. İki serbestlik dereceli çeyrek taşıt modeli sadece dikey yöndeki ötelemeli titreşimleri [1-3], dört serbestlik dereceli yarım taşıt modeli her iki tekeri de modellemek suretiyle hem dikey yöndeki ötelemeli titreşimleri hem de taşıtın kafa vurma hareketini incelemek için kullanılır [4,5]. Basit olarak yedi serbestlik dereceli tam taşıt modeli de dikey ötelemeli titreşim ve kafa vurma hareketinin yanı sıra taşıtın yalpalama hareketinin incelenmesini de mümkün kılmaktadır [6]. Bütün bu nicelikler taşıt tasarımında çok önemlidir. Çeşitli yol şartlarında taşıt titreşimlerini bastırmak için şimdiye kadar üç tip süspansiyon sistemi önerilmiş ve başarıyla uygulanmıştır. Bunlar pasif, yarı-aktif ve aktif süspansiyon sistemleridir.

Viskoz sönümlü pasif süspansiyon sistemi basit tasarımı ve maliyetinin düşük olması yönünden avantajlıdır. Ancak performansı sınırlı şekildedir. Diğer taraftan aktif süspansiyon sistemleri geniş bir frekans bölgesinde yüksek kontrol performansı sağlar. Aktif süspansiyonlar ise yüksek güç kaynakları, birçok algılayıcı, servovalf ve ileri teknoloji ürünü kontrolçü üniteleri gerektirirler. Aktif süspansiyon sistemlerinin bu gereklerinin üstesinden gelmenin bir yolu ise yarı aktif süspansiyon sistemi kullanmaktır. Yarı aktif süspansiyon sistemleri arzu edilen kontrol performansını büyük güç kaynakları ve pahalı donanım cihazları olmaksızın sağlayabilirler.

Taşıt titreşimleri değerlendirilirken büyük bir çoğunlukla üç önemli performans kistasıyla değerlendirilir. Bunlar; seyir konforu performansı, yol tutuş performansı ve süspansiyon sapma aralığıdır. Seyir konforu performansının artırılması için taşıt gövdesinin deplasmanı ve ivmesinin minimize edilmesi gerekmektedir. Yol tutuş performansının artırılması

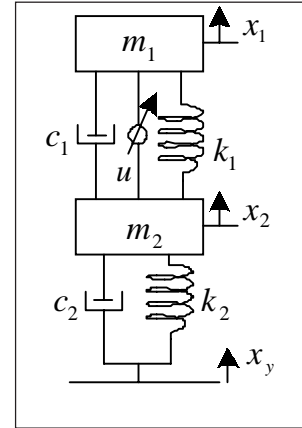
için dinamik tekerlek basıncının maksimize edilmesi gerekir. Süspansiyon sapma aralığının konstrüktif sebeplerden sınırlandırıldığını ve dinamik tekerlek basıncının artırılmasının seyir konforunu kötü yönde etkileyeceği göz önüne alınırsa bu üç kontrol performans kıstaslarının birbirini sınırlayacağı açıktır. Bu çalışmada sadece seyir konforu performansı göz önüne alınmıştır.

Birçok kontrol uygulamasında, tasarlanan sistemin sönüm ve doğruluk koşullarına uyması dışında, dış bozucu ve parametre değişimlerine karşı davranışının dayanıklı (duyarsız) olması bir başka deyişle "robust" olması beklenir. Geleneksel geribeslemeli kontrol sistemlerinin yapısında dış bozucu ve parametre değişimlerine karşı etkisiz kalma özelliğinin bulunduğu bilinmektedir. Ancak geleneksel geribesleme yapısında dayanıklı sistemlere sadece kararlılığı ters yönde etkileyen, yüksek çevrim kazançları uygulanarak ulaşılmaktadır [7-10].

Taşıt gövdesinin kütlesi, bagaj yükü ve taşıta binen kişi sayısı ile birlikte değişir. Aynı zamanda işletme sıcaklığının değişmesi ile birlikte sönüm kuvveti katsayısı da değişir. Bu durum kontrol performansını olumsuz yönde etkilemektedir. Bunun için tasarlanan kontrolcünün robust olması istenir. Bu çalışmada önce çeyrek taşıt modeli için LQR ve H_∞ kontrol ayrı ayrı tasarlandı. Ardından sayısal benzetim yapılarak frekans ve zaman düzlemlerinde kontrolcülerin performansı irdelendi. Daha sonra taşıt gövdesinin ağırlığı %40 ve amortisör sönüm katsayısı -%40 değiştirilerek aynı kontrolcüler için benzetimler tekrar yapıldı. Sonuçlar, sistemde parametre değişimleri olsa dahi H_∞ kontrolcünün çok iyi sonuçlar verdiğini göstermektedir.

ÇEYREK TAŞIT MODELİ

Şekil 1'de gösterilen çeyrek taşıt modelinde, taşıtın gövdesi (yaylanmalı kütle) tek serbestlik dereceli bir kütle olarak, dört adet aks ise yine tek serbestlik dereceli ayrı



Şekil 1. Çeyrek Taşıt Modeli

bir kütle (yaylanmasız kütle) olarak düşünülmüştür. Burada m_1 , taşıt gövdesinin kütlesini; k_1 , süspansiyon sisteminin yay sabitini; c_1 , süspansiyon sisteminin sönüm sabitini; m_2 , aksların kütlesini; k_2 , tekerleğin yay sabitini; c_2 , tekerleğin sönüm sabitini; x_y , yol yüzeyini; u ise m_1 ve m_2 kütlelerinin arasına yerleştirilmiş kontrol elemanı tarafından sisteme etkileyen kontrol kuvvetini göstermektedir. Sisteme ait hareket denklemleri ve durum uzay formundaki ifadeleri sırasıyla ek bölümünde verilmiştir.

LQR KONTROLÇÜ TASARIMI

Denklem 1'deki durum uzayı formunda verilmiş olan doğrusal sistem göz önüne alınırsa bedel fonksiyoneli denklem 2'deki gibi belirlenir. Burada A ve B sırasıyla $n \times n$ boyutlu sistem matrisi ve $n \times m$ boyutlu giriş matrisidir. Q ve R ise sırasıyla $n \times n$ boyutlu kuadratik ölçüm matrisi ve $m \times m$ boyutlu düzenleyici matristir [7,9].

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1)$$

$$J(x, u, Q, R) = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad Q \geq 0 \quad R > 0 \quad (2)$$

LQR kontrol problemi, $(A-BF)$ 'i kararlı kılan ve J fonksiyoneli minimize eden $u = -Fx$ kontrol girişini bulmaktır. Buradaki F denklem 3'deki gibi verilmektedir.

$$F = R^{-1}B^T P \quad (3)$$

Denklem 6'daki P ise denklem 4'de verilen Riccati denkleminin çözümüdür.

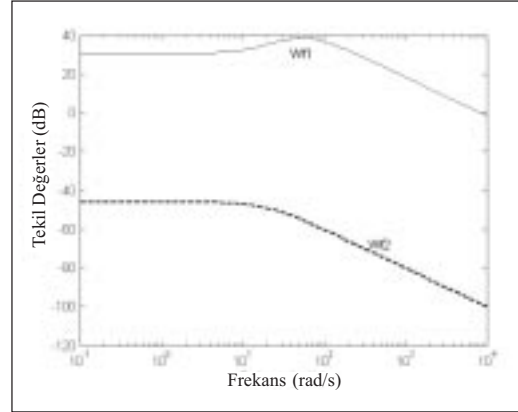
$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (4)$$

Burada açık çevrim transfer fonksiyonunun denklem 5'deki gibi olacağı açıkça bellidir. Burada hatırlanması gereken nokta LQR kontrolcünün bir regülatör olduğu ve bütün durumların geri beslenmesi gerektirdiğidir.

$$G(s) = F(sI - A)^{-1} B = R^{-1}B^T P(sI - A)^{-1} B \quad (5)$$

H_∞ KONTROLCÜ TASARIMI

H_∞ kontrolcü tasarımında ilk adım kontrolcüden beklenen sönüm, doğruluk ve robustluk özellikleri ışığında ağırlıkların tasarımını yapmaktır [11]. Bu çalışmada giriş ve çıkışı şekillendirmek için iki adet filtre tasarlanmıştır. Tasarlanan bu W_{f1} ve W_{f2} filtrelerinin tekil değerleri Şekil 2'de gösterilmektedir. İkinci adım genelleştirilmiş yapıyla birlikte standart kontrol yapısının elde edilmesidir. Tasarlanan filtrelerle birlikte genelleştirilmiş yapı Şekil 3'deki gibi ifade edilebilir. Burada A_{f1}, B_{f1}, C_{f1}, D_{f1}; A_{f2}, B_{f2}, C_{f2}, D_{f2} ve A_p, B_p, C_p, D_p matrisleri sırasıyla W_{f1}, W_{f2} filtreleri ile sistemin durum uzayı gerçekleştirilmesinden elde edilen matrislerdir. Bu ifadeler denklem 6-8'de verilmektedirler. Son adım ise Şekil 3'deki standart iki portlu yapı için H_∞ kontrolün hesaplanması aşamasıdır. Standart yapıdaki d ve z vektörleri sırasıyla sistem girişlerini ve sistemin bütün sanal çıkışlarını ifade eden vektörlerdir. H_∞ kontrol problemi bu noktada; sistemin bütün girişlerinden bütün çıkışlarına olan transfer fonksiyonunu H_∞ normunda minimum yapacak, kararlı kılan kontrolün bulunması olarak tanımlanabilmektedir [12,13]. Bu çalışmada tasarlanan H_∞ kontrolcü için geri-besleme olarak sadece süspansiyon



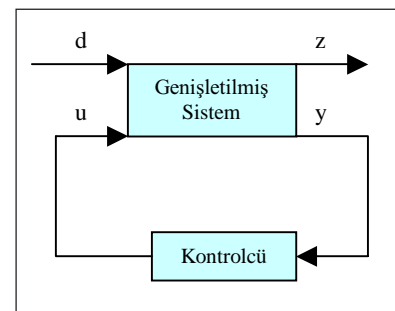
Şekil 2. W_{f1} ve W_{f2} Filtresinin Tekil Değerleri

sapması ölçülmüştür. Bu durum tam durum geri beslemeli LQR kontrolcü ile karşılaştırıldığında H_∞ kontrolcüye önemli bir üstünlük sağlamaktadır.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{f_2}(t) &= A_{f_2} x_{f_2}(t) + B_{f_2} u(t) \\ z_{f_2}(t) &= C_{f_2} x_{f_2}(t) + D_{f_2} u(t) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + D_p w + B_p u(t) \\ y_p(t) &= C_p x_p(t) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{f_1}(t) &= A_{f_1} x_{f_1}(t) + B_{f_1} C_p x(t) \\ z_{f_1}(t) &= C_{f_1} x_{f_1}(t) + D_{f_1} u(t) \end{aligned} \quad (8)$$



Şekil 3. Standart Kontrol Yapısı

SİMÜLASYON

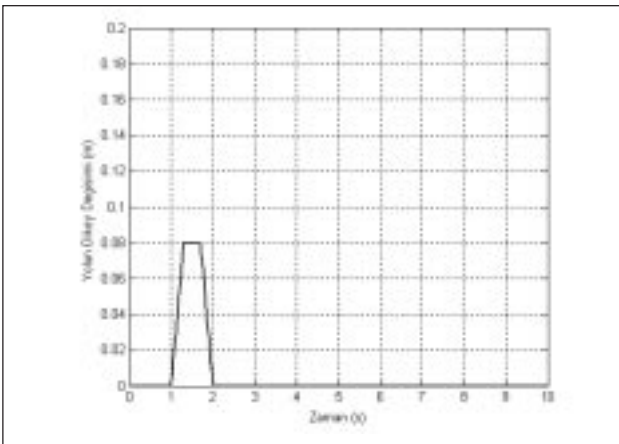
Simülasyon esnasında taşıtın Şekil 4'deki gibi bir yol katettiği varsayılmıştır. Taşıt modelinin parametreleri

Tablo 1'de verilmektedir. Bu yol şartı altında H_∞ ve LQR kontrolcülü taşıt modelinin simülasyonları iki durum için yapılmıştır. Birinci durum sistem parametrelerinin Tablo 1'de verilen değerlere sahip olması durumudur. İkinci durumda, taşıt gövdesinin kütlesi +%40 sönüm katsayısının değeri ise -%40 kadar

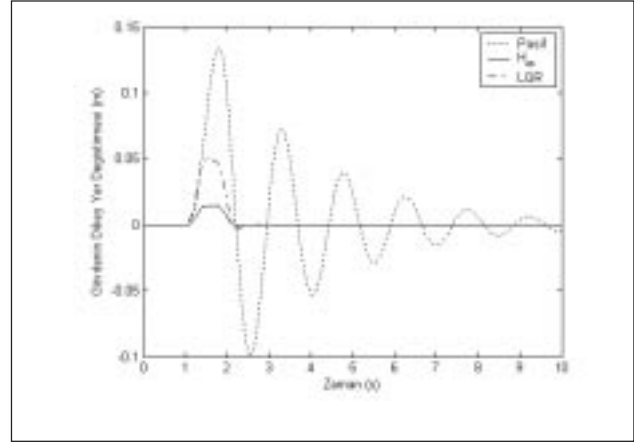
Tablo 1. Simülasyon Parametreleri

m_1 (yaylanmalı kütle)	1000 kg
m_2 (yaylanmasız kütle)	150 kg
c_1 (süspansiyon sönüm katsayısı)	1000 Ns/m
c_2 (teker sönüm katsayısı)	0.015 Ns/m
k_1 (süspansiyon yay katsayısı)	20000 N/m
k_2 (teker yay katsayısı)	200000 N/m

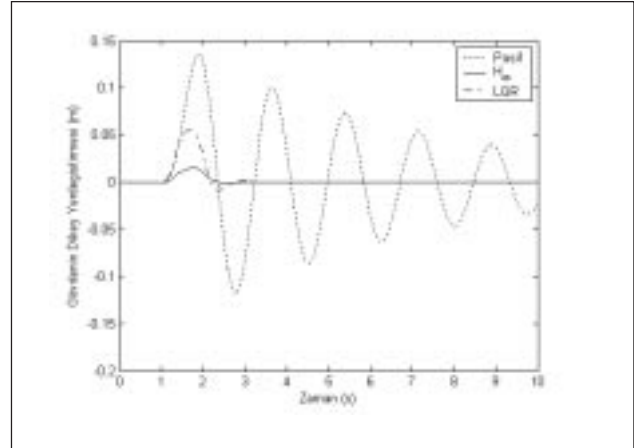
değiştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar kıyas amacı ile kontrolcüsüz (pasif) durumdaki sistemin cevaplarıyla birlikte sunulmuştur. Şekil 5'de birinci durum için pasif halde, H_∞ kontrolcülü halde ve LQR kontrolcülü halde taşıt gövdesinin yer değiştirme cevabı gösterilmektedir. Tablo 2 ve 3'de simülasyonların her iki durumdaki maksimum değerleri ve iki normları verilmektedir. Şekil 5 ve Tablo 2'nin birlikte değerlendirilmesiyle, H_∞ kontrolcülü halin gövde yer değiştirmesini gayet iyi bir şekilde sınırladığı açıkça anlaşılmaktadır. Şekil 6'da ikinci durum için kontrolcülerin gövde yer değiştirmesi performansını göstermektedir. Şekil 7 ve 8'de ise aynı



Şekil 4. Yol Fonksiyonu

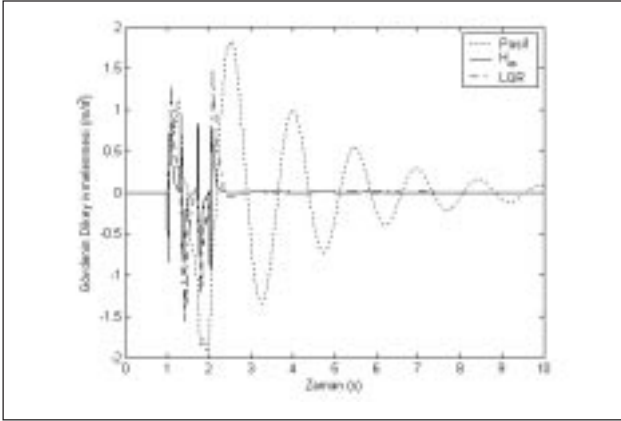


Şekil 5. H_∞ ve LQR Kontrolcülü Taşıt Modelinin 1. Durumdaki Yer Değiştirme Performansı

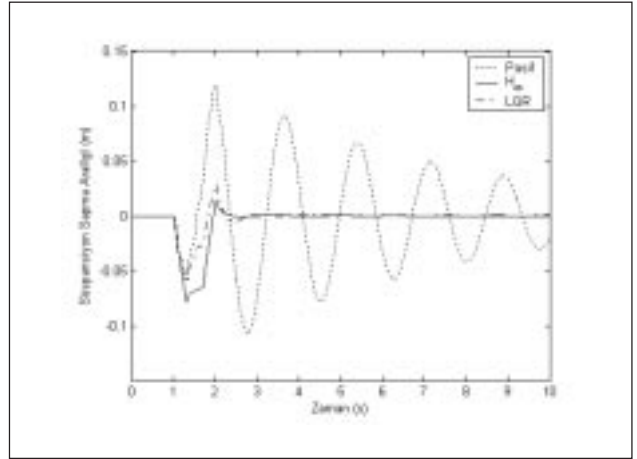


Şekil 6. H_∞ ve LQR Kontrolcülü Taşıt Modelinin 2. Durumdaki Yer Değiştirme Performansı

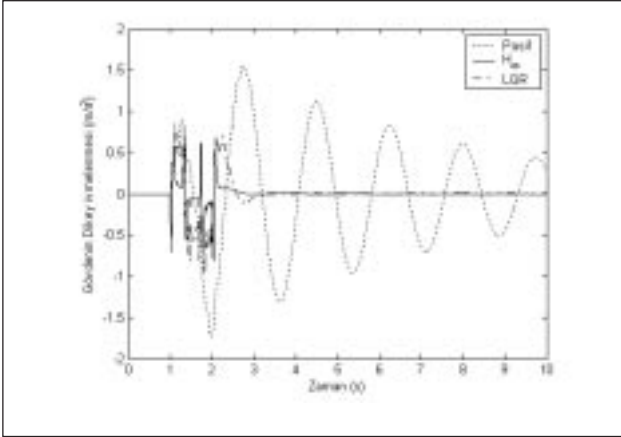
durumlar için taşıt gövdesinin ivme cevabı verilmektedir. Şekil 9,10'da sırasıyla 1. ve 2. durumlardaki süspansiyon sapma aralığı performansları sunulmuştur. Şekil 11'de pasif, H_∞ ve LQR kontrolcülü hallerin 1. durumdaki frekans cevapları birlikte verilmektedir. Buradan, her iki kontrolcünün de taşıtın frekans cevabını önemli ölçüde iyileştirdiği görülmektedir. Şekil 12'de kontrolcü kuvvetlerinin zamanla değişimi verilmektedir. Buradan, her iki kontrolcü kuvvetinin genliklerinin makul sınırlar içinde kaldığı ve bir hidrolik eyleyici kullanılarak rahatlıkla üretilebileceği görülmektedir.



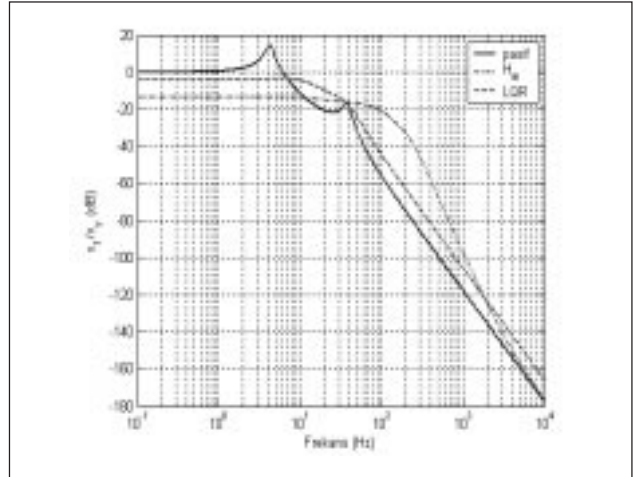
Şekil 7. H_∞ ve LQR Kontrolcülü Taşıt Modelinin 1. Durumdaki İvme Performansı



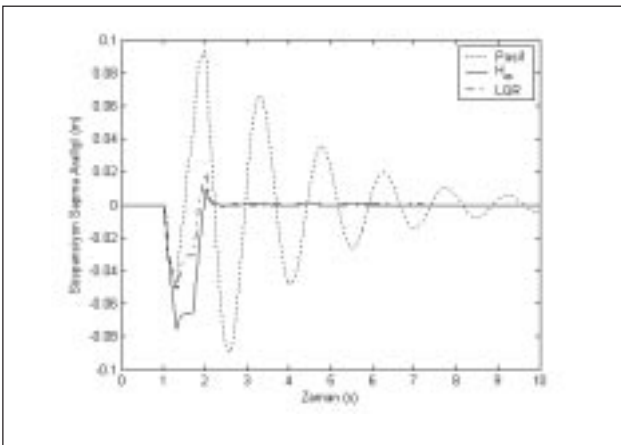
Şekil 10. H_∞ ve LQR Kontrolcülü Taşıt Modelinin 2. Durumdaki Süspansiyon Sapma Aralığı Performansı



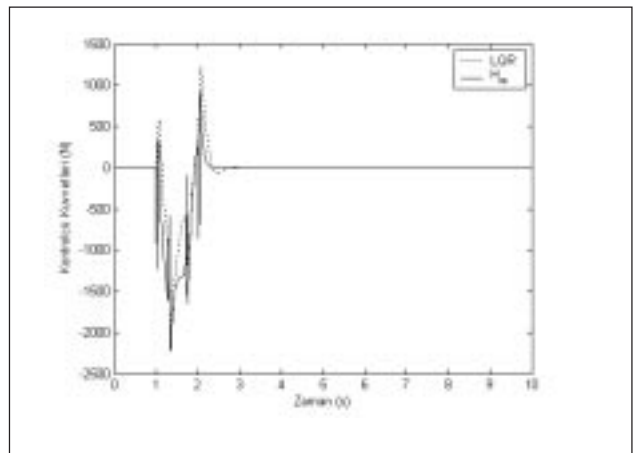
Şekil 8. H_∞ ve LQR Kontrolcülü Taşıt Modelinin 2. Durumdaki İvme Performansı



Şekil 11. Frekans Cevabı



Şekil 9. H_∞ ve LQR Kontrolcülü Taşıt Modelinin 1. Durumdaki Süspansiyon Sapma Aralığı Performansı



Şekil 12. Kontrolcü Kuvvetleri

Tablo 2. Durum 1 İçin Simülasyon Sonuçlarının Maksimum Değerleri ve 2 Normları

	H_{∞}	LQR	Pasif
$\max(x_1)(m)$	0.0148	0.0501	0.1346
$\ x_1\ $	0.1084	0.3663	1.2382
$\max(a_1)(m)$	0.9380	1.0121	1.9337
$\ a_1\ $	4.3785	6.4068	19.3800
$\max(x_1 - x_2)(m)$	0.0855	0.0722	0.1833
$\ a_1\ $	0.2541	0.2525	0.9450
$\max(F) (N)$	2220.7	1878.7	0
$\ F\ $	11496	6005	0

Tablo 3. Durum 2 İçin Simülasyon Sonuçlarının Maksimum Değerleri ve 2 Normları

	H_{∞}	LQR	Pasif
$\max(x_1)(m)$	0.0157	0.0558	0.1365
$\ x_1\ $	0.1091	0.3961	1.6760
$\max(a_1)(m)$	0.8169	0.9596	1.7354
$\ a_1\ $	3.3649	6.0000	20.6110
$\max(x_1 - x_2)(m)$	0.0923	0.0872	0.2268
$\ a_1\ $	0.5374	0.3379	1.4326
$\max(F) (N)$	2244.8	1523.5	0
$\ F\ $	11474	10071	0

SONUÇ

Pratikteki birçok kontrol sisteminde verilen sistem için bütün durum değişkenleri ölçülemez veya erişilemezdir. Bunun için LQR kontrolcü çok iyi kazanç ve faz payına sahip olmasına rağmen bütün durum

değişkenlerinin geri-beslemesi imkânsızdır. Birçok pratik durumda geri-besleme için, verilen sistemin durum değişkenlerinin sadece bir kısmı erişilebilir veya ölçülebilirdir. H_{∞} kontrolcü için ise sadece süspansiyon sapması (x_1-x_2) ölçülmüştür. Ölçüm elemanlarının fazlalığının ek maliyet olduğu göz önüne alındığında bu durum H_{∞} kontrolcüyeye önemli bir üstünlük sağlamaktadır.

Bu çalışmada, konfor performansına odaklanılarak bir otomobil için H_{∞} ve LQR kontrolcülere tasarlandı ve iki farklı durum için simülasyon sonuçları sunuldu. Simülasyon sonucunda elde edilen grafiklerin ve Tablo 2 ile Tablo 3'ün birlikte değerlendirilmesiyle bu kontrolcülerin kullanılması ile üretilecek bir aktif süspansiyonun performansının kontrolcüsüz duruma göre büyük üstünlükler sağlayacağı açıkça ortaya konulmuştur. Durum 1'de LQR kontrolcülü çeyrek taşıt modelinin yer değiştirme ve ivme cevaplarının çok iyi olmasına rağmen taşıt gövdesinin ağırlığı +%40 ve sönüm katsayısının -%40 değiştirildiği 2. durumda kötü performans sergilemektedir. H_{∞} kontrolcü ise her iki durum için de gerek yer değiştirme cevabı ve gerekse ivme cevabı hemen hemen aynı kalmaktadır. Bu şartlarda aktif süspansiyon tasarımında ve uygulamasında H_{∞} kontrolcünün kullanılması en uygun seçenektir.

EK

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x_2) + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + u = 0$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_y) - k_1(x_1 - x_2) + k_2(x_2 - x_y) - u = 0$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-k_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & \frac{-c_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} \\ \frac{k_1}{m_2} & \frac{-(k_1+k_2)}{m_2} & \frac{c_1}{m_2} & \frac{-(c_1+c_2)}{m_2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_1} \\ \frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & \frac{-1}{m_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_y \\ \dot{x}_y \\ u \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$[y] = [1 \quad -1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

KAYNAKÇA

1. **Robson, J., D.**, "Road Surface Descriptions and Vehicle Response", International Journal of Vehicle Design, 9, 25-35, 1979
2. **Yang, J., Suematsu, Y., Kang, Z.**, "Two-Degree of Freedom Controller to Reduce the Vibration of Vehicle Engine-Body System", IEEE Transactions on Control Systems Technology, 9, 295-317, 2001
3. **Yağız, N., Yüksek, İ., Güven, H., R.**, "Taşıt Süspansiyon Sistemlerinin Aktif Kontrolünde Kullanılan Metotların Tanıtılması ve Kıyası", Mühendis ve Makina, cilt 40, sayı 477, 39-43, 1997
4. **Moran, A., Nagai, M.**, "Optimal Active Control of Nonlinear Vehicle Suspension Using Neural Networks", JSME International Journal, Series C 37, 707-718, 1994
5. **Vetturi, D., Gadola, M., Cambiaghi, D., Manzo, L.**, "Semi-Active Strategies for Racing Car Suspension Control", II.Motorsports Engineering Conference and Expositions, Dearborn (USA), SAE Technical Papers, No. 962553, December, 1996
6. **Ikenega, S., Lewis, F. L., Campos, J., Davis, L.**, "Active Suspension Control of Ground Vehicle Based on a full-Vehicle Model", Proceedings of America Control Conference, Chicago, IL, USA, June, 2000
7. **Ogata, K.**, "Modern Control Engineering", New Jersey: Prentice-Hall, 1990
8. **D'azzo, J., J., Houpis, C., H.**, "Linear Control System Analysis and Design", McGraw-Hill International Editions, 1995
9. **Franklin, G., F., Powell, J., D., Nacini, A., N.**, "Feedback Control of Dynamic Systems", New Jersey: Prentice Hall, 2002
10. **Doyle, J., Francis, B., Tannembaum A.**, "Feedback Control Theory", Macmillan Publishing Co., 1990
11. **Zhou, K., Doyle, J., C., Glover, K.**, "Robust and Optimal Control", New Jersey, Prentice Hall, 1996
12. **Choi, S., B., Lee, H., S., Park, Y., P.**, "H ∞ Control Performance of a Full-Vehicle Suspension Featuring Magnetorheological Dampers", Vehicle System Dynamics, vol. 38, pp. 341-360, 2002
13. **Choi, S., B., Han, S., S.**, "H ∞ Control of Electrorheological Suspension System Subjected to Parameter Uncertainties", Mechatronics, vol. 13, pp. 639-657, 2003