

# DÜZ DIŞLİLERDE KAVRAMA ÇEVİRİMİNDE GERİLMELERİN DEĞİŞİMİNİN SONLU ELEMAN METODU İLE İNCELENMESİ

Cüneyt FETVACI \*  
C.Erdem İMRAK \*\*

*Genel amaçlı sonlu eleman yazılımları sonlu elemanlar metodunun dişdibi gerilme analizine uygulanmasını kolaylaştırmıştır. Bu çalışmada ANSYS yazılımının parametrik programlama lisansı kullanılarak düz dişli çark sonlu eleman modeli elde edilmiştir. Modellemede en önemli husus çözüm bölgesinin sınırlarının tayinidir. Yazarlar literatürdeki modellerden hareketle yeni bir dişli çark sonlu eleman modeli geliştirmişlerdir. Geliştirilen model düz dişlilerde kavrama çevriminde gerilme değişiminin incelenmesi için uygundur. Çeşitli haller için analiz neticeleri grafikler ile takdim edilmiştir.*

**Anahtar sözcükler :** Dişli çark, sonlu elemanlar, gerilme analizi, dişdibi gerilmeleri, modelleme.

*The application of finite element method to gear tooth stress analysis can be performed easily with the help of the commercial multi-purpose FEA software. In this study, the finite element model of a spur gear tooth is developed by using the parametric design language of ANSYS software. In the finite element modeling of gear drivers, it is important to determine the contour delimitation of the problem. The authors, adapted the contour delimitation and applied boundary conditions suggested by other researchers in literature, and proposed a new finite element gear mesh pattern. The proposed model, as shown with given illustrations, is suitable for investigations of bending stress analysis of spur gears during the engagement cycle.*

**Keywords :** Spur gear, finite element method, stress analysis, root stresses, modelling

\* Y.Doç.Dr., İÜ Mühendislik Fakültesi

\*\* Doç.Dr., İTÜ Makina Fakültesi

## GİRİŞ

**D**işli çarklar mekanik gücün naklinde mühendislik ve maliyet avantajlarını birarada sunduklarından endüstride yaygın olarak kullanılmaktadır. Mühendislik teknolojisindeki gelişmelere paralel olarak yüksek hızlarda çalışan ve daha fazla yük taşıyan dişli çarklara ihtiyaç artmaktadır. Yük taşıyan dişin kökündeki meydana gelen eğilme gerilmeleri, bu ihtiyacın karşılanmasında engel teşkil eden faktörlerden biridir. Dizayn aşamasında dişli hasarına karşı önlem alınması ve yük taşıma kapasitesinin artırılması bakımından eğilme gerilmelerinin bilinmesi gereklidir. Endüstriyel kullanımlarından itibaren dişli çarkların incelenmesinde çeşitli analitik ve deneysel metotlar kullanılmaktadır. Analitik metotlar hesap kolaylığı arz ederler fakat dişdibindeki kritik kesitin tayininde yapılan kabuller nedeniyle modern dişli çarkların dizaynında yetersiz kalırlar. Deneysel metotlar ise tesisatların dizaynı ve numunelerin hazırlanmasında zorluklar arz ederler. Bilgisayar teknolojisindeki hızlı gelişmelere paralel olarak, çeşitli parametrelerin etkilerinin hızlı ve tatminkar bir şekilde incelenmesine olanak sağlayan sayısal metotlar, dişli çarkların gerilme analizinde tercih edilmektedir. Konform tasvir, sonlu eleman ve sınır eleman metotları dişli çark analizinde kullanılan sayısal tekniklerdir [1]. Kullanıcı dostu yazılımlar sonlu elemanlar metodunun mühendislik problemlerine uygulanmasında büyük kolaylıklar sağlamaktadır.

Wilcox ve Coleman [2] sonlu elemanlar metodunun dişli çark gerilme analizine uygulanma esaslarını sunan ilk araştırmacılarıdır. [2-8] numaralı referanslar dişdibi gerilmelerinin incelenmesinde sonlu elemanlar metodunun kullanıldığı çalışmalara örnektir. Hesaplama kolaylığı için analizde kullanılacak modelin kaç dişten olmasının yeterli olacağı [3-5] numaralı çalışmalarda belirtilmiştir. Brauer, evolvent düz, helisel, düz konik ve konik (beveloid) dişlileri parametrik olarak tanımlayan ifadeleri tesis ederek, bu dişlilerin genel sonlu eleman modellenmesini sunmuştur [9]. Ayrıca asimetrik düz ve helisel dişli

çarkların matematik modellenmesi [10] ve sonlu elemanlar metodu ile gerilme analizi [10,11] konusunda çalışmalar mevcuttur.

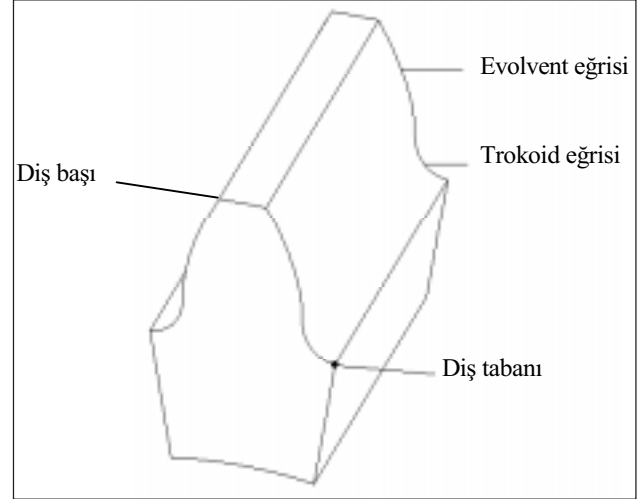
Bu çalışmada genel amaçlı sonlu elemanlar analiz programında düz dişli çarkların modellenmesinde dikkat edilecek hususlar ele alınmıştır. İncelenen literatürden farklı olarak, bir dişli çiftinin devreye girmesinde çıkmasına kadar olan ve kavrama çevrimi olarak adlandırılan süreçte dişdibi gerilmelerin incelenmesine olanak sağlayan sonlu elemanlar modeli geliştirilmiştir. Fetvacı ve İmrak'ın daha önce takdim ettikleri çalışmalarda [12-14] diş geometrisi BASIC programlama lisansı ile hazırlanan programın çıkış dosyasının ANSYS'te okunması ile elde edilmekte idi. Bu çalışma da ise tüm hesaplamalar ANSYS programında yapılmaktadır. Kavrama kıtasının belirli noktalarına karşılık gelen yükleme durumu için gerçekleştirilen statik analiz neticeleri birbiri ardınca değerlendirilerek dişli çarktaki gerilmenin zamana bağlı değişimi (pseudo-dinamik gerilme analizi) incelenmiştir. Neticeler grafikler ile sunulmuştur.

## EVOLVENT DİŞLİ ÇARK GEOMETRİSİ

Modellemede ilk adım olan bilgisayar ortamında dişli çark geometrisinin elde edilmesi dişli çark imalatının simülasyonunu gerektirmektedir. Dişli imalatı kesici takımla ham dişlinin izafi hareketleri neticesinde gerçekleşmektedir. Dişli analitik mekaniği esasları çerçevesinde imalat prosesi modellenerek diş profilini tayin eden analitik ifadeler tesis edilmiştir [9,15-20]. Bu ifadelerin programlanarak bilgisayara aktarılması dişli imalatının simülasyonunu sağlamaktadır. Bu çalışmada profili tayin eden ifadeler ANSYS ortamında ve yazılımın parametrik dizayn lisansı ile programlanmıştır.

Düz dişli çark profili, diş yan yüzeylerinde evolvent eğrilerden, dişbaşı ve dişdibinde konsantrik yaylardan, diş kökünde ise trokoid eğrisinden meydana gelir. Kesici

takımın geometrisi profilin şeklini tayin eder. Şekil 1'de diş geometrisi görülmektedir.



Şekil 1. Evolvent Profilli Dişlinin Geometrisi

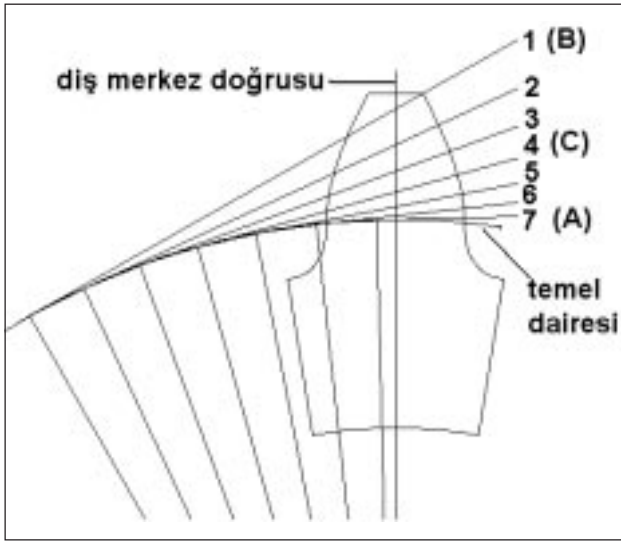
## DİŞLİ ÇARK KAVRAMA ŞEMASI

Dişli çiftinin teması kavramaya girme ve kavramadan çıkma hallerinde Şekil 2'de gösterilmiştir. Dişli çiftinin kavramaya girmesinden yuvarlanma noktasındaki temas haline kadar olan bölge (AC) yaklaşma bölgesidir. Yuvarlanma noktasından (C) dişli çiftinin kavramadan çıkmasına kadar olan bölge (CB) ise uzaklaşma bölgesidir.

Bu çalışmada, kavrama kıtası (AB) yaklaşma ve uzaklaşma mesafelerine bağlı olarak 6 parçaya



Şekil 2. Düz Dişli Çarklarda Kavrama Şeması



Şekil 3. Diş Kuvvetinin Tatbik Doğrultuları

bölünmüştür Her bir bölge 3 eşit parçaya bölünmüştür. Bu noktalara karşılık gelen yarıçaplara göre evolvent profil oluşturulmuştur. Böylece ağ yapısı değiştirilmeden kavrama kütası üzerinde tayin edilen 7 ayrı noktada sırasıyla gerilmelerin incelenmesini sağlayan analiz gerçekleştirilmektedir. Bu noktalara karşılık gelen yüklenme yer ve doğrultuları Şekil 3'de gösterilmiştir. Böylece pinyon modele diş kuvvetleri sıra ile tatbik edilmektedir. Esasen statik olan gerilme analizi neticeleri birbiri ardınca değerlendirildiğinde bir nevi eş çalışan dişlilerin zamana bağlı gerilme değişiminin incelenmesini (pseudo-dinamik gerilme analizi) sağlamaktadır.

### PARAMETRİK DİZAYN LİSANI ve ÇALIŞMA DOSYASI

Ele alınan bir problemin sonlu elemanlar modelleme, çözümleme ve sonuçların değerlendirilmesi işlemleri ANSYS programında sırasıyla ön-işlemci, çözümleyici ve son-işlemci modüllerinde gerçekleştirilmektedir. Programın menü'lerinden işaretlenen veya klavyeden girilen her komut çalışma dosyasına yazdırılmaktadır. Problemin belli bir düğüm noktası konfigürasyonu ve

sınır şartları için hazırlanan çalışma dosyası istendiğinde yüklenilerek analizler tekrarlanır. Ancak bu çalışma dosyası ile sadece modeli tesis ederken kullanılan sabit değerler için analiz yapılabilir. Farklı değerlerin çözüme olan etkilerini kolaylıkla incelemek için modeli tesis ederken kullanılan büyüklükler parametrik olarak ifade edilmelidir. ANSYS Parametrik Dizayn Lisansı (APDL) gerek modellemede esneklik ve gerekse çeşitli hesaplamaların yapılmasını sağlamaktadır [21,22].

Bu çalışmada ANSYS programında dişli çarkın modellenmesi ve analizi için gerekli komutlarının sıralandığı bir dosya geliştirilmiştir. Diş profilini tayin eden ifadeler ANSYS Parametrik Dizayn Lisansı (APDL) ile programlanarak çalışma dosyasının başına konulmuştur. Program çalıştırıldığında, modül, diş sayısı, kavrama açısı ve sektör kalınlığını belirleyen parametrelerin değerleri istenmektedir. Modeli tesis ederken, eleman sayısı ve yoğunluğunu tayin eden büyüklükler parametrik olarak ifade edilmiştir. Buna bağlı olarak yük tatbik noktasının yeri de parametrik olarak tayin edilmektedir.

### DIŞLI ÇARK SONLU ELEMAN MODELİ

Düz dişli, radyal eksene (diş merkez doğrusu) göre simetrik olduğundan, diş formu genişlik doğrultusunda değişmediğinden ve teorik olarak diş genişliği boyunca kuvvet dağılımının düzgün olduğu kabul edilebildiğinden dişler iki boyutlu cisim olarak modellenebilir. Malzeme homojen, izotropik ve Hook Kanuna göre elastiktir. Bu özelliklere göre modellemede PLANE42 2-boyutlu 4-düğüm noktalı dörtgen sonlu eleman kullanılmıştır.

#### Modelinin Yaratılması

Dişlerin sonlu eleman ağının oluşturulmasında katı modellemeden faydalanılmaktadır. Elemanların geometrik şekil, sayı ve yoğunluğunu kontrol etmek için katı model çok sayıda bölgelerin topluluğu olarak tesis

edilmiştir [23]. Modül, kavrama açısı, diş sayısı ve sektör kalınlığı değerleri girildikten sonra hesaplamalar yapılarak diş profilini tayin eden noktalar oluşturulmaktadır. Noktalar çizgilerin tanımlanmasında kullanılmakta ve nihayet yüzeyler çizgilerin uygun kombinasyonu ile oluşturulmaktadır. Böylece sonlu eleman ağının yapısını tayin eden katı model tesis edilmektedir. Şekil 4 (a)'da dişli çark katı modeli gösterilmiştir. Eleman sayı ve yoğunluğunu belirleyen parametreler bölgelerin kenarlarına uygulanmaktadır. Bu işlemler tamamlandıktan sonra ağ oluşturma komutuyla dişli çark sonlu elemanlar modeli tesis edilmektedir.

Yapıdaki gerilmenin hızla değiştiği bölgelerde eleman yoğunluğu yüksek tutulmuş, gerilmenin nispeten yavaş değiştiği bölgelerde ise eleman yoğunluğu düşük tutulmuştur. Bu iki bölge arasında eleman yoğunluğu tedrici olarak değişmektedir. Sonuç olarak sonlu elemanlar gerilme analizi için elde edilen dişin sonlu elemanlar modeli Şekil 4(b)'de gösterilmiştir.

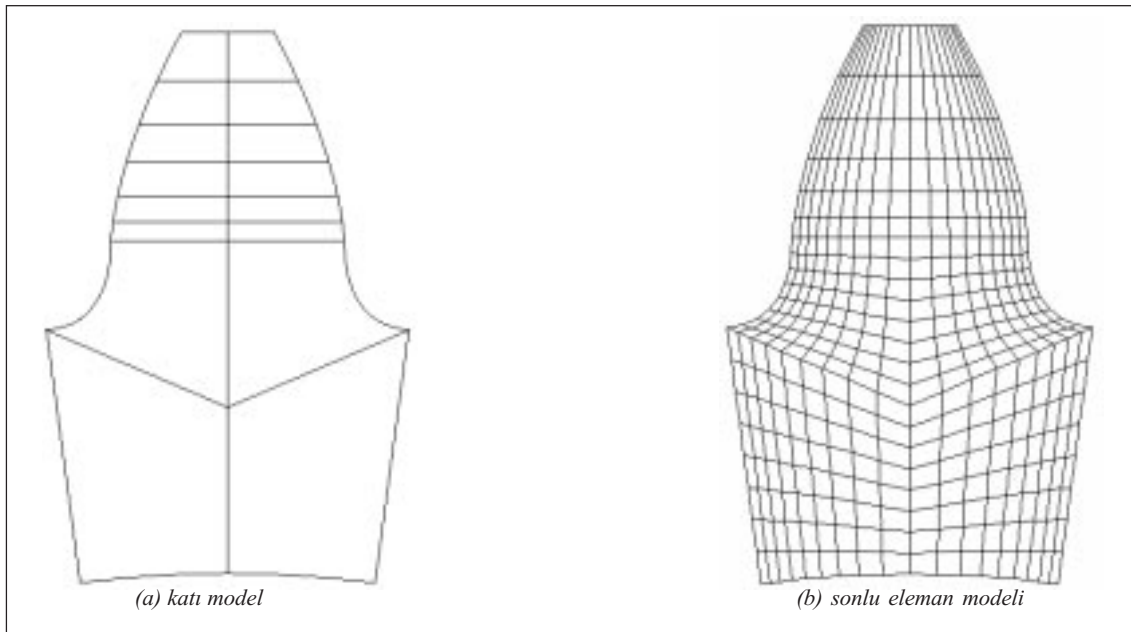
İstenilen diş sayısındaki modeli tesis etmek için tek bir dişten oluşan bu modele geometrik dönüşümler

uygulanabilir. Böylece 2, 3, veya komple dişlinin sonlu elemanlar modeli elde edilebilir.

## Sınır Şartları ve Çözüm Bölgesi

Sınır şartları statik ve kinematik olarak ikiye ayrılır. Kinematik sınır şartı diş sektörünün radyal kenarlarına ve tabanına tatbik edilen yer değiştirme kısıtlamalardır. Dişli çarkı modellerken modelin kaç dişten oluşacağını belirlemek en önemli husustur. Tüm dişleri ile modeli tesis etmek hesaplama süresi (maliyeti) nedeniyle tercih edilmez. Modellemeyi basitleştirmek ve hesaplama zamanını azaltmak için, dişli çarkı olduğu gibi modellemek yerine, bütün sınır şartları ve parametrelerin tanımlanmasına imkan sağlayan dişli sektörler göz önüne alınır [24].

Wilcox ve Coleman [2] ile Chabert ve arkadaşları [3] çalışmalarında modelleri tek bir dişten tesis etmişlerdir. Andrews [5] yükün tatbik edildiği dişin sağ ve soluna yarım diş ilavesi ile, bir tam diş ve iki yarım dişten oluşan model tesis etmiştir. Böylece dişdibi gerilmesini kinematik sınır şartının etkisinden muaf

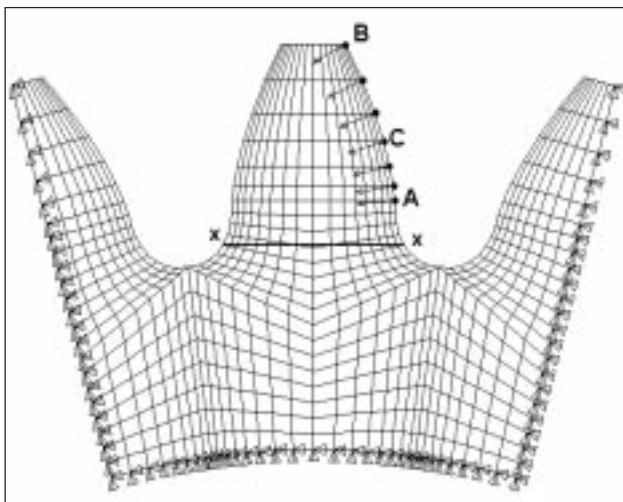


Şekil 4. Sonlu Elemanlar Analizi İçin Diş Modelleri

tutmuştur. Bahsedilen çalışmalarda, temas eden dişli çiftinin sadece pinyon dişi modellenmekte, diğer dişlinin etkisi pinyon modele temas kuvvetinin uygulanması ile simüle edilmektedir. Saint-Venant prensibi gereğince inceleme bölgesi olan diş kökü uygulanan kuvvetlerden yeterince uzakta olduğu için temas kuvveti tekil yük olarak uygulanabilmektedir.

Diş kuvvetinin diş ucuna tam değerde tatbik edilmesi en kritik haldir. Gerçekte kavrama oranına bağlı olarak diş kuvveti, müteakip devreye giren dişli çifti ile paylaşılmaktadır. Dişler, yük paylaşımını sağlayacak hassasiyette imal edilmediği düşünülerek, diş kuvvetinin diş ucunda tam değerde etki ettiği kabul edilmiştir. Bu nedenle diş dibinde azami gerilmeyi sağlayan yük tatbik noktası diş ucudur [25].

Andrews'in [4] teklif ettiği çözüm bölgesi esas alınarak, bu çalışmada Şekil 5'de görülen kinematik sınır şartları uygulanan dişli çark sonlu elemanlar modeli kullanılmıştır. Yük tatbik doğrultularındaki yükleme açıları, 7 düğüm noktası için hesaplanmış, sırayla diş kuvveti uygulanmış ve çözümleme gerçekleştirilmiştir. Yük tatbiki için Fetvacı [12] tarafından APDL lisansı ile geliştirilen makro kullanılmıştır.

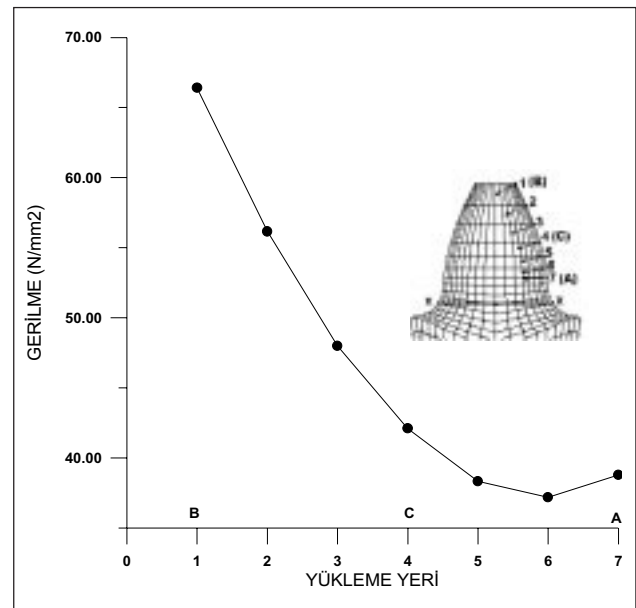


Şekil 5. Geliştirilen Dişli Çark Sonlu Eleman Modeli

## GERİLMELERİN İNCELENMESİ

Sınır şartları uygulanmış model çözümlendiğinde düğüm noktası bazında yer değiştirmeler ve gerilmeler incelenebilir. Bu çalışmada hazırlanan dişli çark sonlu eleman modeli, kavrama kıtasında tayin edilen noktalara karşılık gelen düğüm noktalarına yük uygulanmasını sağlamaktadır. Bu bakımdan bir kavrama çevriminde gerilmelerin değişimi incelenebilmektedir. Bu çalışmada, gerilme analizi için tesis edilen modelde, modül  $m = 2,5$  mm, diş sayısı  $z=24$  ve kavrama açısı  $\alpha = 20^\circ$  ve sektör kalınlığı 2-m olarak alınmıştır. Diş kuvveti  $F=1355$  N olarak uygulanmıştır. Düzlem şekil değiştirme hali dikkate alınarak sonuçlar 30 mm diş genişliği için verilmektedir.

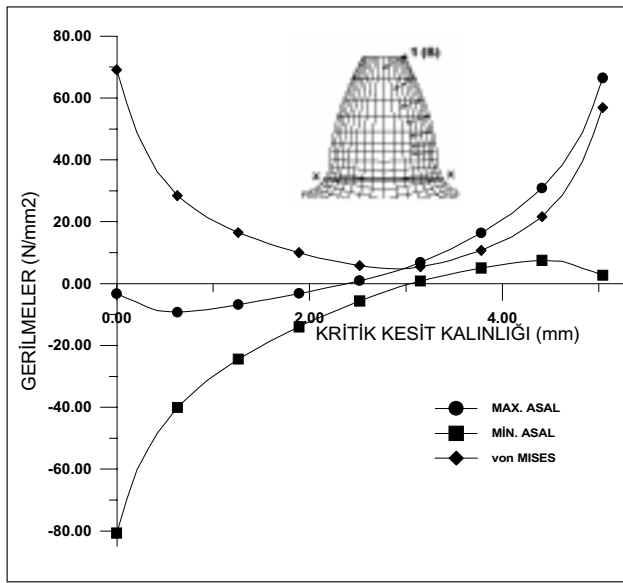
Dişdibindeki yorulma çatlakları çekme tarafından başladığından, bu bölgedeki azami çekme gerilmeleri incelenmelidir. Diş başından başlayarak profil boyunca belirtilen noktalara yükün uygulanmasından meydana gelen gerilmeleri karşılaştırmak için gerilmenin maksimum olduğu kesit (kritik kesit), her hal için Şekil 5'de görüldüğü üzere sabit tutulmuştur. Şekil 5'deki model için, sırayla gerçekleştirilen yükleme pozisyonlarında gerilmeler Şekil 6'da gösterilmiştir. 7



Şekil 6. Yükleme Yerine Göre Diş Dibi Gerilmesinin Değişimi

numaralı düğüm noktasındaki yükleme hali için gerilmenin artması yük uygulama yerinin kök bölgesine yakın olmasından kaynaklanmaktadır. Buradaki yerel yığılma kök bölgesindeki gerilmeyi etkilemektedir.

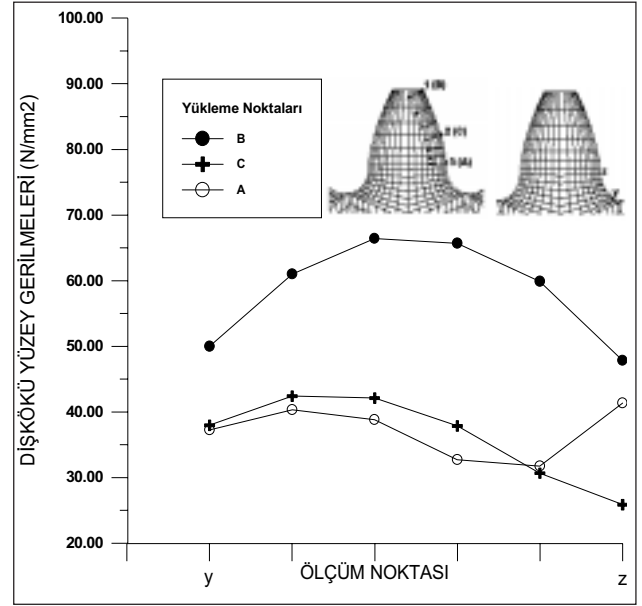
Dişdibindeki azami gerilmeyi meydana getiren yükleme hali diş ucundan yüklemedir. Bu hal için kritik kesit boyunca maksimum asal, minimum asal ve eşdeğer (von Mises) gerilmelerin değişimi Şekil 7'de gösterilmiştir.



Şekil 7. Kritik Kesit Boyunca Gerilmelerin Değişimi

Dişdibinde kök eğrisi boyunca azami gerilmelerin yükün uygulanma yerine göre değişimi Şekil 8'de incelenmektedir. Diş ucundan, taksimat dairesinden ve diş köküne en yakın noktadan yapılan yükleme halleri için gerilmelerin değerleri gösterilmiştir. Yük tatbik yerinin kök bölgesine yakın olduğu son hal için temas gerilmesi kökteki azami gerilmeyi etkilemektedir. Kök bölgesinin evolvente yakın tarafında gerilmedeki artış temas gerilmesinin etkisinden kaynaklanmaktadır [26].

Bu çalışmada geliştirilen model diş başından yükleme halinde çeşitli diş sayıları için analiz edilerek dişdibindeki azami gerilmeler incelenmiştir. Diğer araştırmacıların sonuçları ile



Şekil 8. Dişkökü Yüzeyinde Gerilmelerin Değişimi

yapılan karşılaştırmalar Tablo 1'de verilmiştir. İncelenen çalışmalardaki [3,4] eleman tipleri ikinci derecedendir. Bu çalışmada birinci dereceden eleman kullanılmakla birlikte elde edilen neticeler her hal için diğer araştırmacıların sonuçlarıyla tatminkar derecede uyumaktadır.

Tablo 1. Dişdibi Gerilmelerinin Karşılaştırılması

Diş Sayısı	Maksimum Asal Gerilme (MPa)		
	Tobe [4]	Chabert [3]	Çalışma
20	102.7672	103.0924	99.04127
24	68.51591	68.69366	66.47187
28	49.21631	48.94783	47.67507
32	37.1705	36.60231	35.86413
36	29.10992	28.38362	28.14914
40	23.43564	22.64293	22.68707

## SONUÇ

Sonlu elemanlar metodu, genel amaçlı yazılımların modellemede sağladığı kolaylıklar nedeniyle dişli çarkların gerilme analizinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Genel olarak sonlu elemanlar metodu ile düz dişli çarkların incelenmesinde dişdibi gerilmelerine iki boyutlu statik yaklaşım esas alınmaktadır. Sunulan bu çalışmada ise, kavrama çevriminin belirli anlarında yüklemeyi sağlayan

dişli çarkın sonlu eleman modeli geliştirilmiştir. Konuyu açıklayıcı bir örnek (modül  $m = 2,5$  mm, diş sayısı  $z=24$ , kavrama açısı  $\alpha = 20^\circ$ , sektör kalınlığı 2mm, diş kuvveti  $F=1355$  N ve diş genişliği 30 mm) ile yüklemeye yerine göre dişdibi gerilmesinin değişimi, kritik kesit boyunca gerilmelerin değişimi ve diş kökü yüzeyinde gerilmelerin değişimi incelenmiştir. Ayrıca çeşitli diş sayıları için analizler yapılarak sonuçlar diğer araştırmacıların sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada sunulan model ile her yüklemeye hali için gerçekleştirilen statik analiz neticeleri bir arada değerlendirildiğinde diş gerilmelerinin bir nevi zamana bağlı değişiminin (pseudo-dinamik) incelenmesi gerçekleştirilebilmektedir.

### KAYNAKÇA

1. **Errichello, R.**, Review on Gears, ASME Journal of Mechanical Design, Vol.105, 283-284, 1983.
2. **Wilcox, L., Coleman, W.**, Application of Finite Elements to the Analysis of Gear Tooth Stresses, ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 95, 1139-1148, 1973.
3. **Chabert, G., Tran, T.D., Mathis, R.**, An Evaluation of Stresses and Deflection of Spur Gear Teeth Under Strain", ASME Journal of Engineering for Industry, Vol.96, 85-93, 1974.
4. **Tobe, T., Kato, M., Inoue, K.**, True Stress and Stiffness of Spur Gear Teeth, ASME Proc. of the 5th World Cong. on Theory of Machines & Mechanisms, 1105-1108, 1979.
5. **Andrews, J.D.**, A Finite Element Analysis of Bending Stresses Induced in External and Internal Involute Spur Gears, Journal of Strain Analysis, Vol.26, 153-163, 1991.
6. **Bibel, G.D., Reddy, S.K., Savage, M., and Handschuh, R.F.**, Effects of rim thickness on spur gear bending stress, ASME Journal of Mechanical Design, 116, pp. 1157-1162, 1994.
7. **Filiz, H., Eyercioğlu, O.**, Evaluation of Gear Tooth Stresses by Finite Element Method, ASME Journal of Engineering for Industry, 117, 232-239, 1995.
8. **Günay, D., Özer, H., Aydemir, A.**, Düz Dişlilerde Diş Kökü Gerilmelerinin Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Analizi, II. Ulusal Hesaplamalı Mekanik Konferansı, 19-28, 4-6 Temmuz 1996, Trabzon
9. **Brauer, J.**, A General Finite Element Model of Involute Gears, Finite Element in Analysis and Design, Vol. 40, 13-14, 1 857-1872, 2004.
10. **Yang, S.C.**, Mathematical Model of a Helical Gear with Asymmetric Involute Teeth and Its Analysis, Int. J. Adv. Manuf. Technol., 2005, in press.
11. **Cavdar, K., Karpat, F., Babalik, F.C.**, Computer Aided Analysis of Bending Strength of Involute Spur Gears with Asymmetric Profile, Journal of Mechanical Design, Vol. 127, 477-484, 2005
12. **Fetvacı, M.C.**, ANSYS Sonlu Elemanlar Analiz Programı ile Düz Dişli Çarkların Modellenmesi, Mühendis ve Makina, Sayı 474, 41-44, 1999.
13. **Fetvacı, C., İmrak, C.E.**, Dişdibi Gerilmelerinin Analizi İçin Düz Dişli Çarkların Sonlu Eleman Modellenmesi, Gazi Üniversitesi MMF Dergisi, Cilt 19, Sayı 2, 199-203, 2004.
14. **Fetvacı, C., İmrak, C.E.**, The Finite Element Modeling of Spur Gears for Pseudodynamic Stress Analysis, Proceedings of the First Cappadocia International Mechanical Engineering Symposium, Volume III: MECHANICS AND MATERIALS, pp. 826-830, 14-16 July 2004, Cappadocia, Nevşehir, Turkey
15. **Buckingham, E.**, Analytical Mechanics of Gears, McGraw-HILL Book Company Inc., New York, 1949
16. **Salamoun, C. and Suchy, M.**, Computation of Helical or Spur Gear Fillets, Mechanism and Machine Theory, 8, 305-323, 1973
17. **Litvin, F.L.**, Gear Geometry and Applied Theory, PTR Prentice Hall, New Jersey, 1994
18. **Ankan, M.A.S.**, Determination of Maximum Possible Contact Ratios for Spur Gear Drives with Small Number of Teeth, ASME Design Engineering Technical Conferences, 569-576, 1995.
19. **Dooner, D., Seireg, A.**, The Kinematic Geometry of Gearing, McGraw-Hill, New York, 1995
20. **Math, V.B., Chand, S.**, An Approach to the Determination of Spur Gear Tooth Root Fillet, ASME Journal of Mechanical Design, Vol.126, 336-340, 2004
21. ANSYS User's Manual for Revision 5.0, Swanson Analysis Systems, Houston, 1992
22. ANSYS Parametric Design Language, a revision 5.0 tutorial, Swanson Analysis System Inc., Houston, 1992
23. **Barkah D., Shafiq B., Dooner D.**, 3-D Mesh Generation for Static Stress Determination in Spiral Noncircular Gear Used for Torque Balancing, ASME J. of Mech. Design, Vol.124, 313-319, 2002.
24. **Sfakiotakis, V.G., Vaitis, J.P., Anifantis, N.K.**, Numerical Simulation of Conjugate Gear Action, Computers and Structures, Vol.79, 1153-1160, 2001.
25. **Colbourne, J.R.**, The Geometry of Involute Gears, Springer-Verlag, New Jersey, 1987.
26. **Allison, I.M., Hearn, E.J.**, A New Look at the Bending Strength of Gear Teeth, Experimental Mechanics, Vol. 20, 217-225, 1980.